



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست

(ریاضیات گسسته، کار در کلاس صفحه ۳)

ب) درست

(ریاضیات گسسته، تمرین ۸، صفحه ۱۶)

ج) درست

(ریاضیات گسسته، تمرین ۳، صفحه ۲۹)

د) نادرست

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۲۵ نمره)

الف) باقی مانده ۱۰ و خارج قسمت ۹- است. (۵/۰ نمره)
ب) $\forall m > 0, a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \leq m$ (۵/۰ نمره)

ج) همبند (۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۳، ۱۴ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

اثبات به روش برهان خلف: فرض می کنیم $(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(a_3 + b_3 + 2)$ عددی زوج نباشد (۲۵/۰ نمره)، بنابراین فرد است. حاصل ضرب چند عدد زمانی فرد است که هر یک از آن اعداد نیز فرد باشد (۲۵/۰)، بنابراین $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 + 2$ فرد هستند. می دانیم مجموع سه عدد فرد، عددی فرد است. داریم:

$$(a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + (a_3 + b_3 + 2) = \underbrace{(a_1 + a_2 + a_3)}_k + \underbrace{(b_1 + b_2 + b_3)}_k + 2 = 2k + 2 = 2(k+1)$$

(۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره)

نتیجه به دست آمده با فرد بودن $(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(a_3 + b_3 + 2)$ در تناقض است. (۲۵/۰ نمره) پس فرض خلف غلط بوده و عبارت $(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(a_3 + b_3 + 2)$ زوج است. (۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$(x^2 + y^2 + \frac{\Delta}{4} \geq xy + 2x + y) \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + \Delta \geq 2xy + 4x + 2y$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 + y^2 - 2xy) \geq 0$$

(۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره)

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0 \quad \text{بدیهی}$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۲۵ نمره)

$$(3a + 2, 7a + 3) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 3a + 2 & (۲۵/۰ نمره) \\ d \mid 7a + 3 & (۲۵/۰ نمره) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \mid 7(3a + 2) - 3(7a + 3) \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$\Rightarrow d \mid 5 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 5 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، مشابه تمرین ۶، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

عدد فرد $a = 2m + 1$

$$a^2 = (2m + 1)^2 = 4m^2 + 4m + 1 = 4m(m + 1) + 1$$

اما $m(m + 1) = 2k$ یعنی: پس زوج است، یعنی:

$$\Rightarrow a^2 = 4(2k) + 1 \Rightarrow a^2 = 8k + 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۵ و ۱۶)



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

پاسخنامه درس: ریاضیات گسسته (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

صفحه ۲ از ۳

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \quad (\text{نمره } 0.5) \\ (\text{نمره } 0.5) \\ \Rightarrow a = 30q'' - \underbrace{3 + 30 - 30}_{=0} \Rightarrow a = 30r + 27 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

(ریاضیات گسسته، مشابه تمرین ۹، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$a \equiv b \Rightarrow m | a - b \Rightarrow m | c(a - b) \Rightarrow m | ac - bc \Rightarrow ac \equiv bc \quad (\text{نمره } 0.25) \quad (\text{نمره } 0.25) \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضیات گسسته، ویژگی ۲، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$7^{215} \equiv 4 \Rightarrow 7^{415} \equiv 2^{15} \xrightarrow{\text{توان } 7} 7^{2815} \equiv 1 \xrightarrow{\times 7^{215}} 7^{3030} \equiv 4 \Rightarrow 7^{30} \equiv 4 \Rightarrow 7^{30} - 6 \equiv 4 - 6 \equiv -2 \equiv 13 \quad (\text{نمره } 0.25) \quad (\text{نمره } 0.25) \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضیات گسسته، مشابه تمارین ۸ و ۹، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۰.۷۵ نمره)

$$9^{210} \equiv 8^{10} \xrightarrow{\text{توان } 2^{10}} 9^{400} \equiv 1 \xrightarrow{\times 9} 9^{401} \equiv 9 \quad (\text{نمره } 0.25) \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضیات گسسته، مشابه تمارین ۱۰ و ۱۱، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$\begin{aligned} 5! &= 120 \\ 6! &= 120 \times 6 \\ 7! &= 120 \times 6 \times 7 \\ &\vdots \end{aligned}$$

از ۵! به بعد همه بر ۱۲۰ بخش پذیر هستند.

$$\Rightarrow A \equiv 1! + 2! + 3! + 4! \Rightarrow A \equiv 1 + 2 + 6 + 24 \Rightarrow A \equiv 33$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵ نمره)

اختلاف دو روز جمعه و سه شنبه مورد نظر، حداقل ۴ روز است. بنابراین:

(نمره ۰.۲۵)

$$m \equiv 4 \Rightarrow m = 7k + 4 \Rightarrow 10 \leq m \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 7k + 4 \leq 99 \Rightarrow \frac{6}{7} \leq k \leq \frac{95}{7} \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(نمره ۰.۲۵) (نمره ۰.۲۵)

$$\Rightarrow k = 1, 2, \dots, 13 \quad (\text{نمره } 0.25) \Rightarrow \text{تعداد} = 13$$

(ریاضیات گسسته، تمرین ۱۶، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

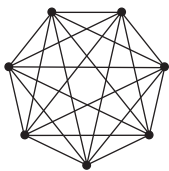
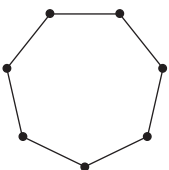
$$5x - 7 \equiv 0 \Rightarrow 5x \equiv 7 \Rightarrow 5x \equiv 7 + 3 \times 11 \equiv 40 \quad (\text{نمره } 0.25) \quad (\text{نمره } 0.25) \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\xrightarrow{\div 5} \xrightarrow{(5, 11)=1} x \equiv 8 \Rightarrow x = 11k + 8 \quad (\text{نمره } 0.25) \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۵)



پاسخ سؤال ۱۴: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) گراف کامل K_7 $6 \leq k \leq 7$ - منتظم مرتبه ۷ب) گراف ۲ - منتظم مرتبه ۷ $k=2 \leq 7$ 

(ریاضیات گسسته، تمرین ۱۵، صفحه ۴۲)

پاسخ سؤال ۱۵: (۷۵/۰ نمره)

در گراف کامل $\frac{p(p-1)}{2} = q$ ، پس داریم:

$$\frac{p(p-1)}{2} = p + 9 \Rightarrow p^2 - p = 2p + 18 \Rightarrow p^2 - 3p - 18 = 0 \Rightarrow (p+3)(p-6) = 0 \Rightarrow p = 6$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

پاسخ سؤال ۱۶: (۵/۱ نمره)

$$q_{k_{10}} = \frac{15 \times 14}{2} = 105$$

$$105 - 101 = 4$$

$$\Rightarrow 14, 14, \dots, 14, 13, 13, \dots, 13 \Rightarrow \frac{(7 \times 14) + (8 \times 13)}{2} = \frac{98 + 104}{2} = \frac{202}{2} = 101$$



$$\Rightarrow 14, 14, \dots, 14, 12, 12, 12, 12 \Rightarrow \frac{(11 \times 14) + (4 \times 12)}{2} = \frac{154 + 48}{2} = \frac{202}{2} = 101$$



حداقل ۷ و حداکثر ۱۱ رأس از درجه ۱۴ دارد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۷: (۲۵/۱ نمره)

$$\binom{9}{4} \frac{(4-1)!}{2} = \frac{9!}{4!5!} \times \frac{3!}{2} = \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9}{4!} \times 3 = 126 \times 3 = 378$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۲)