



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) نادرست

(ب) نادرست

(الف) درست

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲، ۳، ۲۴ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) ۶

(ج) یک

$$(ب) \quad q = 9, \Delta = 2 \Rightarrow q + \Delta = 11$$

(د) ۳

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۶، ۱۷ و ۳۸)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) مسیر

(ج) گنگ

$$(ب) \quad m \mid a, m \mid b \Rightarrow m \leq d$$

(د) زوج

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۸، ۱۳، ۳۵ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

فرض کنید $n \in \mathbb{Z}$ باشد در دو حالت مسئله را بررسی می کنیم:

$$(الف) \quad n = 2k \Rightarrow A = n^2 - 7n + 17 = (2k)^2 - 7(2k) + 17 = 4k^2 - 14k + 17 \Rightarrow A = 2(\underbrace{2k^2 - 7k + 8}_{\text{عدد صحیح}}) + 1 = 2q + 1 \Rightarrow A \text{ فرد است. (۵/۰ نمره)}$$

$$(ب) \quad n = 2k + 1 \Rightarrow A = (2k + 1)^2 - 7(2k + 1) + 17 = 4k^2 + 4k + 1 - 14k - 7 + 17 = 4k^2 - 10k + 11$$

$$\Rightarrow A = 4k^2 - 10k + 11 = 2(\underbrace{2k^2 - 5k + 5}_{\text{عدد صحیح}}) + 1 = 2q + 1 \Rightarrow A \text{ فرد است. (۵/۰ نمره)}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} 11 \mid 3k - 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} 121 \mid 9k^2 - 6k + 1 \\ 11 \mid 3k - 1 \xrightarrow{\times 11} 121 \mid 33k - 11 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 121 \mid 9k^2 + 27k - 12 \Rightarrow 11 \mid 3k^2 + 9k - 4 \quad (۵/۰ نمره)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

$$\begin{array}{l} (۵/۰ نمره) \\ m \equiv 3^{17} \\ n \equiv 11^{17} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} mn \equiv 33^{17} \\ m^3 \equiv 27^{17} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 2mn \equiv 66^{17} \\ -m^3 \equiv -27^{17} \end{array} \xrightarrow{\text{جمع}} 2mn - m^3 \equiv 39^{17} \equiv 39 - 34^{17} \equiv 5 \Rightarrow r = 5 \quad (۷/۵ نمره)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\begin{array}{l} (۵/۰ نمره) \\ 7^{216} \equiv 49 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } 152} 7^{304} \equiv 1 \\ 7^{216} \equiv 49 \equiv 1 \xrightarrow{\times 9} 9 \times 7^{304} \equiv 9 \Rightarrow 9 \times 7^{304} - 100 \equiv 91 \equiv 5 \Rightarrow r = 5 \quad (۲۵/۰ نمره) \end{array}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

ابتدا حساب می کنیم از اول فروردین تا سوم آبان چند روز می شود.

$$۷ \text{ آبان مهر تا آخر شهریور فروردین} \\ ۳۰ + ۵ \times ۳۱ + ۳ + ۳ \equiv ۲ + ۵ \times ۳ + ۲ + ۳ \equiv ۱ \quad (۷/۵ نمره)$$

پس اول فروردین پنجشنبه می باشد. (۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} d \mid \Delta n - 1 \xrightarrow{\times 2n} d \mid 1 \cdot n^2 - 2n \\ d \mid 2n^2 - 3n + 2 \xrightarrow{\times -5} d \mid -1 \cdot n^2 + 15n - 10 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} d \mid 13n - 10 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d \mid 13n - 10 \xrightarrow{\times 5} d \mid 65n - 50 \\ d \mid \Delta n - 1 \xrightarrow{\times -13} d \mid -65n + 13 \end{cases} \Rightarrow d \mid -37 \Rightarrow d \mid 37 \xrightarrow{d \neq 1} d = 37 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

$$(\text{نمره } 0.25) \quad \text{معادله جواب دارد} \Rightarrow 2 \mid 1020 \Rightarrow (22, 38)$$

$$\xrightarrow{+2} 19x + 11y = 510 \Rightarrow 19x \equiv 510 \Rightarrow -3x \equiv 510 \equiv 4 \equiv 15$$

$$\xrightarrow{+3} x \equiv -5 \Rightarrow x = -5 + 11t \quad (\text{نمره } 0.5)$$

حال مقدار x را در معادله جایگزین می‌کنیم:

$$19x + 11y = 510 \Rightarrow 19(-5 + 11t) + 11y = 510 \Rightarrow 11y = -19 \times 11t + 605 \Rightarrow y = 55 - 19t \quad (\text{نمره } 0.75)$$

$$\text{پس } \begin{cases} x = -5 + 11t \\ y = 55 - 19t \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$(\text{نمره } 0.25) \quad \text{معادله جواب دارد} \Rightarrow 21 \mid 24 \Rightarrow (15, 24)$$

$$\Rightarrow 24x \equiv 21 \xrightarrow{\div 3} 8x \equiv 7 \Rightarrow -2x \equiv 2 \Rightarrow x \equiv -1 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\Rightarrow x = 5q - 1 \xrightarrow{q=21} x = 104 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$\begin{aligned} & 7a \mid 23 \Rightarrow 3 - 2 + 1 - a + 7 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 9 \Rightarrow a = 11q + 9 \xrightarrow{0 \leq a \leq 9} a = 9 \quad (\text{نمره } 0.25) \\ & (\text{نمره } 0.25) \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 \geq xyz(x + y + z)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2z^2x^2 - 2x^2yz - 2xy^2z - 2xyz^2 \geq 0 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\Leftrightarrow x^2y^2 + y^2z^2 - 2xy^2z + x^2y^2 + x^2z^2 - 2x^2yz + y^2z^2 + x^2z^2 - 2xyz^2 \geq 0 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

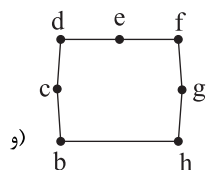
$$\Leftrightarrow (xy - yz)^2 + (xy - xz)^2 + (yz - xz)^2 \geq 0 \quad (\text{نمره } 0.5) \quad \text{بدیهی است}$$

چون تمام مراحل برگشت پذیر است. پس حکم به روش بازگشتی اثبات شد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۸)



پاسخ سؤال ۱۴: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) $q(G) = 12$ ب) $N_G[g] = \{g, f, e, b, h\}$ ج) $bgfedhb$ د) $abcdhgf$ ه) $P(G) = 8 \Rightarrow q(\bar{G}) = \binom{8}{2} - 12 = 28 - 12 = 16$ 

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۲ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

فرض کنید تعداد رئوس درجه یک، X باشد.(۲۵/۰ نمره) $4, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 2, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_x$ (۲۵/۰ نمره) $\Rightarrow P = 8 + x$ (۲۵/۰ نمره), $\sum_{i=1}^P \deg(v_i) = 2q \Rightarrow 12 + 9 + 4 + x = 30 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow P = 13$ (۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۹ و ۴۰)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
رضا توکلی	رضا توکلی - سوگند روشنی - زهرا مبینی	مهدیار شریف - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)	
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان	