



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست، چون $1 + 2^3$ به ۶۴۱ بخش پذیر است.ب) درست، چون $3m+1$ و $3m+2$ دو عدد متوالی هستند، پس $1 = (3m+2) - (3m+1)$ است.ج) نادرست، طبق قضیه صفحه ۲۵ کتاب درسی، چون $13 \nmid 21$ و $13 \nmid 35$ پس معادله $21x \equiv 13 \pmod{35}$ در $\mathbb{Z}$ جواب ندارد.

د) درست، طبق فعالیت صفحه ۳۹ کتاب درسی، مجموع درجات گراف ۲۹ می باشد. پس:

$$\sum_{i=1}^p \deg(V_i) = 2q \Rightarrow r + r + \dots + r = 2q \Rightarrow pr = 2q$$

چون $pr = 2q$ زوج است. اگر p فرد باشد، حتماً r زوج است.

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲، ۱۷، ۲۵ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

الف)

$$\forall m > 0; a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \leq m \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

ب) نسبت به هم اول (۲۵/۰ نمره)

ج) باقی مانده ۵ و خارج قسمت ۲۳ - (۵/۰ نمره)

د)

$$\frac{7 \times 6}{2} = 21 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۱۳، ۱۴ و ۳۸)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

حالت اول: a و b هر دو زوج: در این حالت ab زوج است. پس A هم زوج می شود. (۵/۰ نمره)حالت دوم: a و b هر دو فرد: در این حالت $a-b$ زوج است. پس A هم زوج می شود. (۵/۰ نمره)حالت سوم: یکی از مقادیر a و b زوج و یکی فرد: در این حالت ab زوج است. پس A هم زوج است. (۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

اثبات را به کمک برهان خلف انجام می دهیم. فرض می کنیم عبارت $(a_1 + b_1)(a_2 + 3b_2)(a_3 + 5b_3)$ زوج نبوده و عددی فرد باشد، (۲۵/۰ نمره) در این صورت با توجه به اینکه حاصل ضرب آنها عددی فرد است، بنابراین هر یک از این عبارتها نیز فرد می باشد (۲۵/۰ نمره)، پس داریم:

$$\begin{cases} a_1 + b_1 = 2k + 1 \\ a_2 + 3b_2 = 2k' + 1 \\ a_3 + 5b_3 = 2k'' + 1 \end{cases} \xrightarrow[\text{تساوی ها}]{\text{مجموع طرفین}} (a_1 + a_2 + a_3) + (b_1 + b_2 + b_3) + 2b_2 + 4b_3 = 2(k + k' + k'' + 1) + 1 = 2q + 1$$

(۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = m \Rightarrow 2m + 2b_2 + 4b_3 = 2q + 1 \Rightarrow \underbrace{2(m + b_2 + 2b_3)}_{\text{زوج}} = \underbrace{2q + 1}_{\text{فرد}} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

با توجه به اینکه هیچ دو عددی زوج و فردی با هم برابر نیستند، پس به تناقض رسیده و نتیجه می گیریم فرض فرد بودن عبارت مورد نظر غلط بوده و در نتیجه عبارت مورد نظر زوج است. (۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۵ و ۶)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$x^2 + y^2 + z^2 + 1 + 1 \geq 2x - 2y \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 + z^2 \geq 0$$

(۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 \geq 0 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(۲۵/۰ نمره)

چون تمام مراحل برگشت پذیر است، پس حکم برقرار می باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$\left. \begin{aligned} a \mid 2m^2 + 1 &\xrightarrow{x=2} a \mid -6m^2 - 3 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره}) \\ a \mid 6m^2 + 1 &\Rightarrow a \mid 6m^2 + 1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} a \mid -6m^2 - 3 + 6m^2 + 1 \Rightarrow a \mid -2 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\xrightarrow{a \geq 0, a \in \mathbb{Z}} a = 1, 2 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

چون $2m^2 + 1$ عدد فرد است (۲۵/۰ نمره) پس به ۲ بخش پذیر نمی باشد و $a = 1$ قابل قبول است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۱)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$(6m + 5, 11m + 9) = d$$

$$\left. \begin{aligned} d \mid 6m + 5 &\Rightarrow d \mid 66m + 55 \text{ (نمره } \circ/25) \\ d \mid 11m + 9 &\Rightarrow d \mid 66m + 54 \text{ (نمره } \circ/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1 \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} m &= 19q + 11 \text{ (نمره } \circ/25) \\ n &= 19k + 7 \text{ (نمره } \circ/25) \end{aligned} \Rightarrow 3m - 7n = 3(19q + 11) - 7(19k + 7) \Rightarrow 3m - 7n = 19(3q) + 33 - 19(7k) - 49$$

$$= 19(3q - 7k) - 16 = 19t - 16 = 19t - 16 + 19 - 19 = 19(t - 1) + 3 \Rightarrow r = 3 \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$3^4 \equiv -1 \Rightarrow (3^4)^{100} \equiv (-1)^{100} \Rightarrow 3^{400} \equiv 1 \Rightarrow 3^{402} \equiv 9 \Rightarrow 7 \times 3^{402} \equiv 63 \Rightarrow 7 \times 3^{402} + 19 \equiv 82 \equiv 0 \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

ابتدا محاسبه می کنیم که از اول مهر تا ۱۷ اسفند چند روز فاصله است. باقیمانده آن را به ۷ محاسبه می کنیم. پس کافی است ۵ روز به جلو حرکت کنیم که به سه شنبه می رسیم. (۵/۵ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$a^2 a^3 a \equiv 1 \Rightarrow a - 3 + a - 2 + a \equiv 1 \text{ (نمره } \circ/25) \Rightarrow 3a \equiv 6 \xrightarrow{(3, 11)=1} a \equiv 2 \xrightarrow{0 \leq a < 9} a = 2 \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$aa^2 a^5 \equiv a + a + 2 + 5 \equiv 2a + 7 \equiv 2(2) + 7 \equiv 11 \equiv 2 \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$$17x + 14y = 1000 \Rightarrow 17x \equiv 1000 - 14y \xrightarrow{17 \equiv 3, 1000 \equiv 6} 3x \equiv 6 - 14y \xrightarrow{\div 3} x \equiv 2 - 14t \Rightarrow x = 2 + 14t \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$17x + 14y = 1000 \Rightarrow 17(2 + 14t) + 14y = 1000 \Rightarrow y = 69 - 17t \text{ (نمره } \circ/25)$$

حال مقدار x را جایگزین و y را محاسبه می کنیم.
 x بزرگترین عدد دورقمی است پس $t = 6$ و $x = 86$ و y نظیر آن $y = -33$ می باشد. (۲۵/۵ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۶ و ۲۷)

پاسخ سؤال ۱۳: (۳ نمره)

الف) $N_G(e) = \{f, d, i\}$ (۵/۵ نمره)ب) $deihcd$ (۵/۵ نمره)ج) $biedchg$ (۵/۵ نمره)

$$p = 9, q(G) = 10 \Rightarrow q(\bar{G}) = \binom{9}{2} - 10 = 26 \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$\delta(G) + \Delta(\bar{G}) = p - 1$$

$$1 + \Delta(\bar{G}) = 9 - 1 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) = 7 \text{ (نمره } \circ/5)$$

و) ce (۵/۵ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۶، ۳۷ و ۳۸)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$\left\{ \begin{aligned} q &= \frac{pr}{v} \text{ (نمره } \circ/25) \\ q &= 2p + 9 \text{ (نمره } \circ/25) \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{6p}{v} = 2p + 9 \Rightarrow p = 9 \Rightarrow q = 27$$

$$\left\{ \begin{aligned} q(G) &= 27 \\ q(k_4) &= \frac{9 \times 8}{2} = 36 \text{ (نمره } \circ/25) \end{aligned} \right. \Rightarrow 36 - 27 = 9 \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۵ و ۳۸)