



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پاسخنامه درس: ریاضیات گسسته (سری ۱)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست
ب) نادرست
ج) نادرست
د) نادرست، $ac \equiv bc, (m, c) = d \Rightarrow a \equiv \frac{m}{d} b$
(ریاضیات گسسته، صفحه های ۸، ۲۲، ۳۷ و ۴۰)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

الف) درست است. با توجه به فرد بودن عدد ab نتیجه می گیریم هر دو عدد a و b فرد هستند، پس می توان با فرض صحیح بودن اعداد m و n نوشت:
 $b = 2m - 1, a = 2n - 1$
بنابراین:
 $a^2 + b^2 = (2n - 1)^2 + (2m - 1)^2 = 4n^2 - 4n + 1 + 4m^2 - 4m + 1 = 2(2n^2 - 2n + 2m^2 - 2m + 1)$ زوج
(نمره ۲۵/۰)
(نمره ۲۵/۰)
(نمره ۲۵/۰)
(نمره ۲۵/۰)
ب) نادرست است.

۶ | ۲ + ۴ ~~۶~~ | ۲ یا ۶ | ۴ (نمره ۵/۰)
(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳، ۵ و ۱۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$a = 2n$
 $b = 2n + 2 \Rightarrow ab + 1 = 2n(2n + 2) + 1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n + 1)^2$
(ریاضیات گسسته، صفحه ۳)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

یکی از اعداد n و $n + 1$ زوج و دیگری فرد است.
 $\frac{n^2(n+1)^2}{4} = \text{زوج} \Rightarrow \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \text{زوج} \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k \Rightarrow n(n+1) = 4k \Rightarrow 3$ یا ۴ یا صفر است یا ۳
باقیمانده n بر ۴ یا صفر است یا ۳
(ریاضیات گسسته، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

فرض کنیم $b + y$ گنگ نیست، پس گویا است.
از این تناقض نتیجه می گیریم فرض $b + y$ گنگ نیست، غلط است.
تنافض $y = \text{گویا} \Rightarrow y = \text{گویا} - b \Rightarrow y = c - b$
(ریاضیات گسسته، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$4x^2 + 9y^2 \geq -2 - 4x + 6y \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 9y^2 - 6y + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (2x + 1)^2 + (3y - 1)^2 \geq 0$
(ریاضیات گسسته، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۷: (۷۵/۰ نمره)

$a \mid 5k + 9 \xrightarrow{\times 8} a \mid 40k + 72$ (نمره ۲۵/۰) $\xrightarrow{-} a \mid 7 \Rightarrow a = 1$ یا $a = 7$
 $a \mid 8k + 13 \xrightarrow{\times 5} a \mid 40k + 65$ (نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰)
(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۲)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

الف) $m^3 \mid m^4$ پس $m^3 \mid m^4$ و $(m^3, m^4) = m^3$
ب) $[m^5, (m^3, m^4)] = m^5$ (نمره ۵/۰)
(نمره ۵/۰) $(144, 60) = 12, [12, 63] = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$
(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۷)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$a \stackrel{m}{\equiv} b \Rightarrow m \mid a - b \xrightarrow{\substack{(m,n)=d \\ d \mid m}} d \mid a - b \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$b \stackrel{n}{\equiv} c \Rightarrow n \mid b - c \xrightarrow{\substack{(m,n)=d \\ d \mid n}} d \mid b - c \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow d \mid (a - b) + (-c + b) \Rightarrow d \mid a - c \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow a \stackrel{d}{\equiv} c \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵ نمره)

عدد n رقمی $A = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$ را بسط می دهیم و در هم نهشتی به پیمانه ۹ به جای هر توان عدد ۱ قرار می دهیم. (۱/۲۵ نمره)

$$A = 10^{n-1} \times a_{n-1} + \dots + 10^1 a_1 + 10^0 a_0 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow A \stackrel{9}{\equiv} 1 \times a_{n-1} + \dots + 1 \times a_1 + a_0 \stackrel{9}{\equiv} a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$2^6 \stackrel{13}{\equiv} 64 \stackrel{13}{\equiv} -1 \xrightarrow{\text{توان } 20} 2^{120} \stackrel{13}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times 2^7} 2^{127} \stackrel{13}{\equiv} 8 \xrightarrow{+9} 2^{127} + 9 \stackrel{13}{\equiv} 17 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$2^{127} + 9 \stackrel{13}{\equiv} 17 \stackrel{13}{\equiv} 4 \xrightarrow{\times 7} 7 \times (2^{127} + 9) \stackrel{13}{\equiv} 28 \stackrel{13}{\equiv} 2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

پس $r = 2$ می باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$$2! + 3! + \dots + 50! \stackrel{1}{\equiv} 2 + 6 + 24 + \dots + 0 \stackrel{1}{\equiv} 2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

می دانیم $n! \stackrel{1}{\equiv} 0 \quad (n \geq 5)$ پس:
(۰/۲۵ نمره)

$$\Rightarrow 6x \stackrel{1}{\equiv} 2 \xrightarrow{\substack{+2 \\ (2, 6)=2}} 3x \stackrel{5}{\equiv} 1 \stackrel{5}{\equiv} 6 \xrightarrow{+3} x \stackrel{5}{\equiv} 2 \Rightarrow x = 2 + 5q \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

اگر x , 2 رقمی باشد، q مقادیر ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ را اختیار می کند. پس ۱۸ مقدار به دست می آید. (۰/۲۵ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

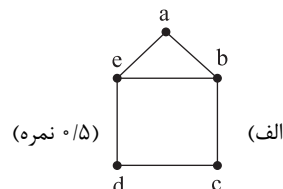
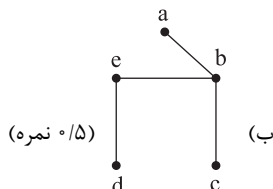
پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$7x + 25y = 30 \Rightarrow 25y \stackrel{7}{\equiv} 30 \Rightarrow \Delta y \stackrel{7}{\equiv} 6 \Rightarrow -2y \stackrel{7}{\equiv} 6 \Rightarrow y \stackrel{7}{\equiv} -3 \Rightarrow y \stackrel{7}{\equiv} 4 \Rightarrow y = 7k + 4$$

$$\Rightarrow 7x + 25(7k + 4) = 30 \Rightarrow 7x + 25 \times 7k + 100 = 30 \Rightarrow 7x = -25 \times 7k - 70 \Rightarrow x = -25k - 10$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)



(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۴ و ۳۷)



پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

درجه هر رأس گراف G برابر ۳ است. $\Rightarrow |N_G(v_i)| = 3 \Rightarrow \forall v_i \in V(G)$
(۲۵/۰ نمره)

گراف G ، ۳-منتظم مرتبه ۶ بوده و داریم:

$$p \times r = 2q \Rightarrow 6 \times 3 = 2q \Rightarrow q(G) = 9$$

(۲۵/۰ نمره)

از طرفی می‌دانیم برای هر رأس دلخواه مانند v_1 داریم:

$$\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p - 1 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$\Rightarrow 3 + \deg_{\bar{G}}(a) = 6 - 1 = 5 \Rightarrow \deg_{\bar{G}}(a) = 2 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

چون گراف G منتظم است پس گراف $\bar{G}$ نیز منتظم بوده و $\delta(\bar{G}) = \Delta(\bar{G}) = 2$ و در نتیجه:

$$q(G) + \Delta(\bar{G}) = 9 + 2 = 11 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

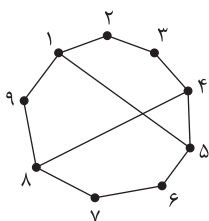
(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱ نمره)

$$\begin{matrix} a & & b \\ \textcircled{1} & \textcircled{5} & \textcircled{4} & \textcircled{1} \end{matrix} = 20$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

پاسخ سؤال ۱۷: (۱ نمره)



(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۲)