

باسمہ تعالیٰ



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$a = 8q + 3 \xrightarrow{\times 11} 11a = 44(2q) + 33 \xrightarrow{\times (-1)} -11a = 44(-2q) - 33 \xrightarrow{+} a = 44(3q' - 2q) - 9 + 44 - 44 \Rightarrow a = 44(3q' - 2q - 1) + 35$$

$$a = 11q' + 2 \xrightarrow{\times 4} 4a = 44q' + 8 \xrightarrow{\times 3} 12a = 44(3q') + 24$$

پس $r = 35$ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$(144, 96) = (144 - 96, 96) = (48, 96) = 48$$

$$[48, 240] = 240$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۲۵ نمره)

از اتحاد $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$ استفاده می‌کنیم.

$$a \equiv b \Rightarrow m \mid a - b \Rightarrow m \mid (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) \Rightarrow m \mid a^n - b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod{m}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

می‌دانیم اگر $n \in \mathbb{N}$, $a, b \in \mathbb{Z}$ آنگاه $(a + b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{m}$

با توجه به رابطه بالا داریم:

$$5^{100} - 3^{100} - 4^{100} = 25^{50} - 9^{50} - 16^{50} = (9 + 16)^{50} - 9^{50} - 16^{50}$$

$$(9 + 16)^{50} \equiv 9^{50} + 16^{50} \Rightarrow 25^{50} - 9^{50} - 16^{50} \equiv 0 \pmod{m}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

اختلاف روزهای دوشنبه و پنجشنبه برابر ۳ روز است. (۱/۲۵ نمره) پس اگر اختلاف روزهای تولد را x در نظر بگیریم داریم:

$$x \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow x = 7k + 3$$

بزرگ‌ترین مقدار دورقمی به شکل $7k + 3$ به ازای $k = 13$ برابر ۹۴ است. (۱/۲۵ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

تعداد کیسه‌های ۳ کیلوگی را x و تعداد کیسه‌های ۵ کیلوگی را y در نظر می‌گیریم، بنابراین خواهیم داشت:

$$3x + 5y = 87 \Rightarrow 5y \equiv 87 \pmod{3} \Rightarrow 2y \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow y \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow y = 3k$$

$$\Rightarrow 3x + 5(3k) = 87 \Rightarrow x = \frac{87 - 15k}{3} \Rightarrow x = 29 - 5k$$

 $x \geq 0$ و $y \geq 0$ در نتیجه:

$$\begin{cases} 3k \geq 0 \\ -5k + 29 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq k \leq \frac{29}{5} \Rightarrow 0 \leq k \leq 5$$

$$x + y = 3k + (-5k + 29) = -2k + 29$$

برای آنکه مجموع تعداد کیسه‌ها حداقل شود بایستی k حداکثر مقدار ممکن را داشته باشد، پس $k = 5$ بوده و کمترین تعداد کل کیسه‌ها برابر است با:

$$-2(5) + 29 = 19$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

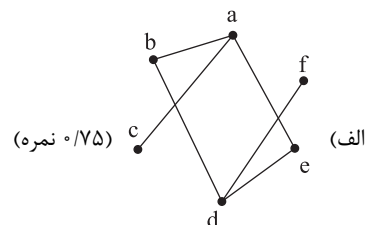
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پاسخنامه درس: ریاضیات گسسته (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

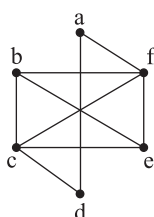
صفحه ۳ از ۳

پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)



(الف) ac , df (ب) $(۲۵/۰)$, $(۲۵/۰)$

$$N_{\overline{G}}[e] - N_G(a) = \{f, b, c, e\} - \{b, c, e\} = \{f\} \quad (۷۵/۰ \text{ نمره})$$



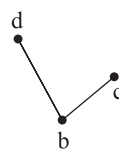
(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۵، ۳۶، ۳۷ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲/۲۵ نمره)

(الف) ab , $aedb$, $afedb$ (۷۵/۰ نمره)



(۱ نمره)



(ب)

(ج) $afedba$ (۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۳۷ و ۳۸)

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر