



باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰

پاسخنامه درس: ریاضیات گسسته

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۲

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) ۵

ب) خاصیت تعدی

ج) مسیر n رأسی

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲، ۱۱ و ۳۸)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) درست

ب) نادرست

ج) نادرست

د) نادرست

(ریاضیات گسسته، تمرین ۱، صفحه‌های ۳۶، ۳۸ و ۴۰)

پاسخ سؤال ۳: (۲۵/۱ نمره)

الف) نادرست (۲۵/۰ نمره)

$$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}^C \Rightarrow \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin \mathbb{Q}^C$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، مشابه قسمت (ث) کار در کلاس، صفحه ۳)

ب) درست. با توجه به فرد بودن عدد ab نتیجه می‌گیریم هر دو عدد a و b فرد هستند. اگر $a = 2m - 1$ و $b = 2n - 1$ باشد، داریم: (۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

$$a^2 + b^2 = (2m - 1)^2 + (2n - 1)^2 = 4m^2 - 4m + 1 + 4n^2 - 4n + 1 = 2(2m^2 - 2m + 2n^2 - 2n + 1) \pmod{4}$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، کار در کلاس الف، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۴: (۲۵/۱ نمره)

با برهان خلف می‌توان نوشت:

$$2\beta - \alpha \notin \mathbb{Q} \text{ حکم}$$

$$\text{پس حکم درست است.} \Rightarrow \text{تناقض با فرض } 2\beta - \alpha \in \mathbb{Q} \Rightarrow 2\beta \in \mathbb{Q} \Rightarrow \beta \in \mathbb{Q} \Rightarrow (2\beta - \alpha) + (\alpha + \beta) \in \mathbb{Q} \Rightarrow \alpha + 3\beta \in \mathbb{Q} \Rightarrow \alpha \in \mathbb{Q} \text{ (فرض خلف)}$$

(۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$\begin{cases} a \mid 8m + 7 \Rightarrow a \mid 56m + 49 \pmod{7} \\ a \mid 7m + 6 \Rightarrow a \mid 56m + 48 \pmod{7} \end{cases} \Rightarrow a \mid (56m + 49) - (56m + 48) \Rightarrow a \mid 1 \Rightarrow a = \pm 1 \pmod{7}$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۱)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

الف) دو عدد k و $k+1$ متوالی هستند.

$$d = (k, k+1) \Rightarrow \begin{cases} d \mid k+1 \\ d \mid k \end{cases} \xrightarrow{-} d \mid 1 \xrightarrow{d > 0} d = 1 \pmod{7}$$

(۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

ب) چون $m^2 \mid m^5$ و $m^3 \mid m^6$ داریم:

$$A = ((m^2, m^3), [m^2, m^5]) = (|m^2|, |m^5|) = |m^2| \pmod{5}$$

$$B = ([112, 25], 154) = ([2^4 \times 7, 5 \times 7], 2 \times 7 \times 11) = (2^4 \times 5 \times 7, 2 \times 7 \times 11) = 2 \times 7 = 14 \pmod{5}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

پاسخ سؤال ۷: (۲۵/۱ نمره)

$$\begin{cases} m = 13k + 5 \pmod{25} \\ n = 13t + 3 \pmod{25} \end{cases} \Rightarrow 3m - 7n = 3(13k + 5) - 7(13t + 3) = 39k + 15 - 91t - 21 = 39k - 91t - 6$$

(۲۵/۰ نمره)

$$= 39k - 91t - 13 + 7 = 13(3k - 7t - 1) + 7 = 13q + 7 \pmod{25}$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۸: (۵/۱ نمره)

$$13^{217} \equiv -1 \pmod{700} \xrightarrow{\text{توان } 700} 13^{1400} \equiv 1 \pmod{700} \xrightarrow{\times 13} 13^{1400+1} \equiv 13 \pmod{700}$$

(۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

بنابراین:

$$3 \times 13^{1400+1} \equiv 3 \times 13 \equiv 5 \pmod{700}$$

(۲۵/۰ نمره)

پس:

$$A \equiv (5 + 5) \times 18 \equiv 180 \equiv 12 \pmod{25}$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضیات گسسته، تمرین ۹، صفحه ۲۹)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۷۵ نمره)

$$(3a-9) \equiv (6a+6) \Rightarrow 3a \equiv -15 \xrightarrow{(3,10)=1} a \equiv -5 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow 6a^2 + 9a \equiv 6(-5)^2 + 9(-5) \equiv 150 - 45 \equiv 105 \equiv 105 - 10 \times 10 \equiv 5 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\quad (نمره ۰/۲۵) \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(ریاضیات گسسته، تمرین ۱۰، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{array}{r} 195 \overline{) 7} \\ 14 \overline{) 27} \\ 55 \\ 49 \\ \hline 6 \end{array} \quad (نمره ۰/۲۵) \quad \begin{array}{r} 82 \overline{) 7} \\ 7 \overline{) 11} \\ 12 \\ 7 \\ \hline 5 \end{array} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow 6x \equiv 5 \Rightarrow 6x \equiv 5 + 7 \Rightarrow 6x \equiv 12 \xrightarrow{(6,7)=1} x \equiv 2 \Rightarrow x = 7k + 2 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۷۵ نمره)

تعداد وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی را به ترتیب X و Y در نظر می‌گیریم.

$$3x + 5y = 92 \Rightarrow 3x + 5y \equiv 92 \Rightarrow 0 + 2y \equiv 2 \xrightarrow{(2,3)=1} y \equiv 1 \Rightarrow y = 3k + 1 \Rightarrow 3x + 5(3k + 1) = 92$$

$$\Rightarrow 3x + 15k + 5 = 92 \Rightarrow x = -5k + 29 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3k + 1 \geq 0 \\ -5k + 29 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{29}{5} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow$$

$$(نمره ۰/۲۵) \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(ریاضیات گسسته، تمرین ۱۸، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵ نمره)

الف) $\delta(G) = 1$ (نمره ۰/۲۵)

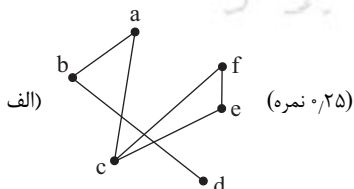
ب) $\deg_G(a) = 1, \deg_G(b) = 3, \deg_G(c) = 3, \deg_G(d) = 3, \deg_G(e) = 1, \deg_G(f) = 1$

$\Rightarrow$ مجموع درجات رئوس $= 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 = 12$ (نمره ۰/۲۵)

ج) $N_G(c) = \{b, d, e\}$ (نمره ۰/۷۵)

(ریاضیات گسسته، تمرین ۲، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)



ب) dbacf (نمره ۰/۲۵)

ج) $\bar{G} = 4, 3, 3, 3, 3, 2$ (نمره ۱)

(ریاضیات گسسته، تمرین‌های ۴ و ۵، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{cases} p = 20 \\ r = 5 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{pr}{r} = \frac{20 \times 5}{5} = 20 \quad (نمره ۰/۵)$$

$$k_q : q = \binom{9}{2} = 36 \quad (نمره ۰/۵)$$

(نمره ۰/۲۵) $= 50 - 36 = 14$ اختلاف تعداد پال‌ها

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۵)