



پاسخ سؤال ۱: (۱ نمره)

$$k = n(n+1) = n^2 + n \Rightarrow 4k+1 = 4(n^2+n)+1 = 4n^2+4n+1 = (2n+1)^2$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۲۵ نمره)

این نامساوی همواره برقرار است. $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0 \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ حکم:

(ریاضیات گسسته، صفحه ۷)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

فرض کنیم حاصل $x+b$ گویا و برابر با c باشد.
یعنی x عددی گویا است و این تناقض است.
از این تناقض نتیجه می گیریم حاصل $x+b$ گویا نیست، پس گنگ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$\begin{cases} a|b \\ a|c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \exists k \in \mathbb{Z}; b=ak \\ \exists q \in \mathbb{Z}; c=aq \end{cases} \Rightarrow b+c=ak+aq \\ \Rightarrow b+c=a(k+q) \Rightarrow b+c=ak' \Rightarrow a|b+c$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۱)

پاسخ سؤال ۵: (۰/۷۵ نمره)

$$\begin{aligned} 5|4k+1 &\Rightarrow 25|16k^2+8k+1 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \xrightarrow{+} 25|16k^2+28k+6 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ 5|4k+1 &\Rightarrow 25|20k+5 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، سوال ۴، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$\begin{aligned} (35a^2, 14a) &= 7a(5a, 2) \xrightarrow{\substack{a \text{ فرد} \\ (5a, 2)=1}} 7a \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ [42a^2, 7a] &= 7a[6a, 1] \xrightarrow{(6a, 1)=1} 7a \times (6a \times 1) = 42a^2 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، تمرین ۱۶، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

هر عدد صحیح به یکی از ۶ صورت زیر است:

$$\begin{aligned} (۱) \quad p &= 6k \Rightarrow 6|p \\ (۲) \quad p &= 6k+1 \\ (۳) \quad p &= 6k+2 \Rightarrow p=2(3k+1) \Rightarrow 2|p \\ (۴) \quad p &= 6k+3 \Rightarrow p=3(2k+1) \Rightarrow 3|p \\ (۵) \quad p &= 6k+4 \Rightarrow p=2(3k+2) \Rightarrow 2|p \\ (۶) \quad p &= 6k+5 \end{aligned}$$

با توجه به این که $p > 3$ است، در حالت های (۱)، (۳)، (۴) و (۵)، p اول نیست، پس حکم ثابت می شود.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{aligned} a &= 7q+6 \Rightarrow 2a+3=14q+15=14(q+1)+1 \Rightarrow 2a+3=14q'+1 \Rightarrow r=1 \\ &\text{(نمره ۰/۲۵)} \quad \text{(نمره ۰/۲۵)} \quad \text{(نمره ۰/۲۵)} \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته، مشابه مثال صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$a \equiv b \Rightarrow m|a-b \Rightarrow m|(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\dots+b^{n-1}) \Rightarrow m|a^n-b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(ریاضیات گسسته، مشابه تمرین ۷، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$$3^3 \equiv 1 \pmod{15} \rightarrow 3^{45} \equiv 1 \pmod{15} \xrightarrow{\times 2} 3^{45} \times 2^2 \equiv 2 \pmod{15} \xrightarrow{+12} 3^{45} \times 2 + 12 \equiv 14 \pmod{15}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

با توجه به ویژگی های هم نهشتی:



پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

رقم یکان، باقی مانده عدد بر ۱۰ می باشد.

$$9a - 3 \equiv 8a + 14 \Rightarrow a \equiv 17 \Rightarrow a \equiv 7 \Rightarrow 3a \equiv 21 \Rightarrow 3a + 2 \equiv 3$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵ نمره)

۶ ماه اول سال ۳۱ روز و ۶ ماه بعدی ۳۰ روز دارند.

$$31 \equiv 3$$

$$30 \equiv 2$$

$$19 \text{ بهمن ماه} \xrightarrow{+13} 6 \text{ بهمن ماه} \xrightarrow{+4 \times 20} 6 \text{ مهر ماه} \xrightarrow{+2 \times 31} 6 \text{ مرداد}$$

$$6 \equiv 13 + 4 \times 2 + 2 \times 3 + 4 \times 30 + 13 \equiv 2 \times 31 + 4 \times 30 + 13 = 2 \times 31 + 4 \times 30 + 13 \equiv 6$$

پس ۱۹ بهمن، چهارشنبه است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

مضربی از پیمان را می توان به هر یک از طرفین هم نهشتی اضافه یا کم کرد.

$$12x \equiv 5 \xrightarrow{-17} 12x \equiv -12 \xrightarrow{+12, (12, 17)=1} x \equiv -1 \Rightarrow x = 17k - 1$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)

$$\Delta x + 11y = 36 \Rightarrow \Delta x = 36 - 11y \Rightarrow \Delta | 36 - 11y \Rightarrow 36 \equiv 11y \xrightarrow{\Delta \text{ منهای مضرب } \Delta} \Delta \equiv y$$

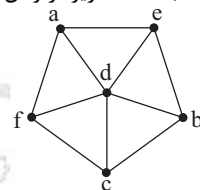
$$\Rightarrow y = \Delta k + 1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \Delta x + 11(\Delta k + 1) = 36 \Rightarrow x = \Delta - 11k$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۵: (۲/۲۵ نمره)

الف) $p(G) = 6$ (مرتبه) و $q(G) = 5$ (اندازه) (نمره ۰/۵)ب) $\Delta = 2$ و $\delta = 0$ (نمره ۰/۵)ج) $abfec$ (یا هر مسیر دیگر به طول ۴) (نمره ۰/۵)د) ناهمبند است، زیرا از رأس d به هیچ یک از رؤس دیگر مسیر وجود ندارد. (نمره ۰/۲۵)

(نمره ۰/۵)



(ه)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۲۵ نمره)

$$a \quad b \quad c \quad d \quad e \quad f \quad g \quad (نمره ۰/۲۵)$$

abcd (نمره ۰/۲۵)

bcde (نمره ۰/۲۵)

cdef (نمره ۰/۲۵)

defg (نمره ۰/۲۵)

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

مسیرهای به طول ۳ عبارتند از:

پاسخ سؤال ۱۷: (۱/۵ نمره)

$$\text{الف) } N_{\bar{G}}[c] = \{a, b, c, d, f\}$$

ب) becgfb

$$\text{ج) } q(G) = 8 \Rightarrow q(\bar{G}) = \binom{7}{2} - 8 = 13$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۱)