



باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۲

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) بی شمار

(ج) ۷۲-

(ب) سهمی

(الف) ۲۱۶-

(و) $\frac{1}{10}$

(ه) نیمساز آن زاویه

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۶، ۲۹، ۳۱، ۳۵، ۳۸ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) نادرست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(و) درست

(ه) نادرست

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۷، ۲۰، ۲۱، ۲۳، ۲۶ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۲۵ نمره)

ماتریس A قطری است، پس:

$$\begin{cases} m+1=0 \Rightarrow m=-1 \text{ (نمره } 25/0) \\ n-2=0 \Rightarrow n=2 \text{ (نمره } 25/0) \end{cases}$$

بنابراین:

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 6 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

(نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰)

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۲ و ۱۸)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۲۵ نمره)

ابتدا ماتریس A را پیدا می کنیم. برای این کار از طرفین تساوی $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ وارون می گیریم.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 5/0)$$

$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -2 \end{cases} \Rightarrow a + b + c + d = \frac{3}{2} \text{ (نمره } 25/0)$$

(نمره ۵/۰)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰)

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{-14} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 5/0)$$

(نمره ۲۵/۰)

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 25/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۵)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

درایه های ماتریس A به صورت زیر هستند:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ -2 & -1 & 8 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 5/0)$$

اکنون حاصل دترمینان A را بر حسب سطر اول محاسبه می کنیم.

$$|A| = -1(-1) \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 8 \end{vmatrix} + (-1)(-1) \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 1(-8+0) - 1(1+6) = -8-7 = -15 \text{ (نمره } 5/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$|A| = 4|A|^2 - 3 \Rightarrow 4|A|^2 - |A| - 3 = 0 \Rightarrow (4|A| + 3)(|A| - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \\ |A| = -\frac{3}{4} \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۲۵ نمره)

$$|A| = -6 \text{ (نمره } \frac{1}{25}), |B| = -2 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 10 + 4 = 14 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$|BA^T| = |B| \times |A|^T = 14 \times (-6)^T = 504 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

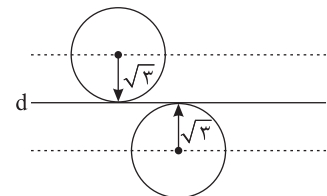
$$|-2I_P| = (-2)^T |I_P| = -8 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

بنابراین:

$$|BA^T| + |-2I_P| = 504 - 8 = 496 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۳۰ و ۳۱)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)



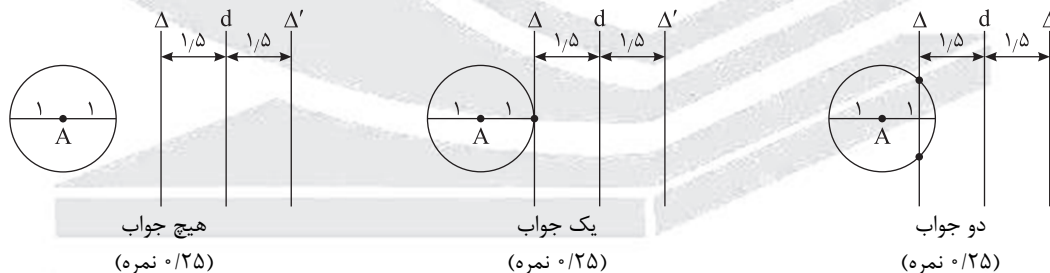
این مکان دو خط موازی با خط d در طرفین آن به فاصله sqrt(3) از خط d است. (۵/۵ نمره)

(۵/۵ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصله ۱ سانتی متر هستند، دایره ای به مرکز A و شعاع ۱ سانتی متر است (۲۵/۵ نمره) و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۱/۵ سانتی متر است دو خط موازی با d است. (۲۵/۵ نمره) نقاط برخورد این دو مکان جواب این مسئله هستند. (۲۵/۵ نمره) با توجه به شکل های زیر، مسئله حداکثر ۲ جواب دارد.



هیچ جواب

(۲۵/۵ نمره)

یک جواب

(۲۵/۵ نمره)

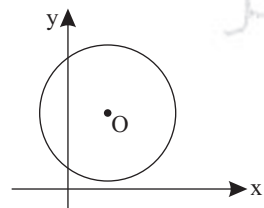
دو جواب

(۲۵/۵ نمره)

حالتی که دو خط Δ و Δ' دایره را قطع کند، ایجاد نمی شود، پس حالت چهار نقطه به وجود نمی آید. همچنین سه نقطه جواب این مسئله نیست.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)



$$4(x - \frac{1}{4})^2 + 4(y - \frac{3}{4})^2 = 8 \Rightarrow (x - \frac{1}{4})^2 + (y - \frac{3}{4})^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} O(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}) \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \\ R = \sqrt{2} \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \end{cases}$$

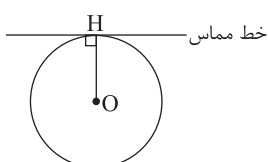
(۲۵/۵ نمره)

از ناحیه های ۱ و ۲ می گذرد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۰)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

نقطه تلاقی دو قطر، مرکز دایره است و فاصله مرکز تا خط مماس برابر شعاع دایره است.



خط مماس

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2 \text{ و } y = 3 \Rightarrow O(2, 3) \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$R = OH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|8 - 9 - 4|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{5}{5} = 1 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)

نقطه $A(0, -1)$ روی دایره قرار دارد، پس شیب خط مماس، عکس و قرینه شیب شعاع OA است.

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0 \Rightarrow O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (1, 1) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

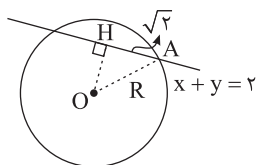
$$m_{OA} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{-1 - 1}{0 - 1} = 2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

پس شیب خط مماس $-\frac{1}{2}$ است. (نمره ۰/۲۵)

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y + 1 = -\frac{1}{2}x \quad \text{یا} \quad 2y + x + 2 = 0 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۰)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)



$$OH = \frac{|0 + 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$R^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$x^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

$$O'(-\frac{3}{2}, -\frac{4}{2}) = (-1.5, -2), \quad R' = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 - 4} = 2 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$OO' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow R + R' = 5 \Rightarrow R = 3 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(نمره ۰/۲۵)

$$(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)