



باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) نادرست

(ب) درست

(ج) درست

(د) نادرست

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۱ و ۲۳)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 3 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+12 & -2a+8 \\ 3+3b & -6+2b \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$-2a+8=0 \Rightarrow a=4, \quad 3+3b=0 \Rightarrow b=-1 \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۲)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$B = BI = B(AC) = (BA)C = I \times C = C$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

چون A وارون پذیر نیست، پس $|A| = 0$ (۲۵/۰ نمره)

$$|A| = 0 \Rightarrow 2(2-m) + 5(m+1) = 0 \Rightarrow 4-2m+5m+5 = 0 \Rightarrow 3m+9 = 0 \Rightarrow m = -3 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A + 3I = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -5 & 8 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$(A + 3I)^{-1} = \frac{1}{40-10} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{30} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

حاصل دترمینان را بر حسب ستون اول به دست می آوریم:

$$|A| = 1(-2) + 0 + 0 = -2 \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\left| \frac{1}{4} A^4 \right| = \left(\frac{1}{4} \right)^4 |A|^4 = \frac{1}{16} \times (-2)^4 = 2 \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A^{100} = (A^2)^{50} = (I)^{50} = I \quad (۵/۰ \text{ نمره}), \quad A^{101} = (A^2)^{50} \times A = I \times A = A \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A^{100} - A^{101} = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = -1 + 2 = 1 \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۷: (۲ نمره)

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = m \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

می دانیم در حل دستگاه به کمک ماتریس وارون $X = A^{-1}B$ (۲۵/۰ نمره) بنابراین:

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5m \\ -4-3m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 5m \\ y = -4-3m \end{cases} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

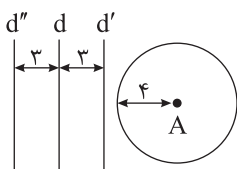
$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} y = -1 \Rightarrow -4-3m = -1 \Rightarrow 3m = -3 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow x = 5m = -5 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۴)

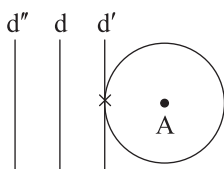


پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

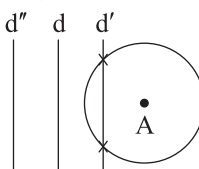
مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ واحد باشند، خطوط d' و d'' موازی با d (نمره ۰/۲۵) در دو سوی آن به فاصله ۳ واحد تا خط d می باشند و مکان هندسی نقاطی که از نقطه A به فاصله ۴ واحد باشند، دایره ای است (نمره ۰/۲۵) به نام C به مرکز A و شعاع ۴ واحد، تعداد نقاط برخورد خطوط d' و d'' با دایره C جواب مسئله است. (نمره ۰/۲۵)



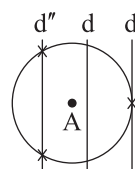
مسئله فاقد جواب است.



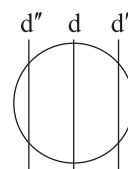
مسئله ۱ جواب دارد.



مسئله ۲ جواب دارد.



مسئله ۳ جواب دارد.



مسئله ۴ جواب دارد.

(نمره ۰/۷۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$O \begin{vmatrix} -1 \\ -\frac{a}{2} \end{vmatrix} \quad (نمره ۰/۵)$$

$$y = 2x + 1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -2 + 1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = 2 \quad (نمره ۰/۵)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 + 12} = \frac{1}{2} \sqrt{20} = \sqrt{5} \quad (نمره ۰/۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

ابتدا محل برخورد خط d را با محورهای مختصات می یابیم:

$$x = 0 \Rightarrow -3y = 6 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 0 \\ -2 \end{vmatrix}$$

$$y = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow B \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

نقاط A و B دو سر قطر دایره اند.

$$O = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{3}{2}, -1\right) \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$AB = \sqrt{(0-3)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13} = 2R \Rightarrow R = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow C(x, y): (x - \frac{3}{2})^2 + (y + 1)^2 = \frac{13}{4} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

نقطه تلاقی دو خط مرکز دایره است.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{کم می کنیم}} 3y = 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow O(2, 1) \quad (نمره ۰/۵)$$

از طرف دیگر فاصله مرکز O تا خط $y = x$ نیمساز ناحیه اول برابر شعاع دایره است. (نمره ۰/۲۵)

$$R = OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 - 1|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (نمره ۰/۵)$$

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

بنابراین:

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$$O \begin{vmatrix} 3 \\ 7 \end{vmatrix} \quad A \begin{vmatrix} -1 \\ 6 \end{vmatrix} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$m_{OA} = \frac{7-6}{3+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_{\text{مماس}} = -4 \quad (نمره ۰/۵)$$

$$\begin{cases} y = -4x + b \quad (نمره ۰/۲۵) \\ A(-1, 6) \Rightarrow 6 = 4 + b \Rightarrow b = 2 \quad (نمره ۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow y = -4x + 2 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

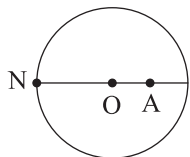
(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۵)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

ابتدا وضعیت نقطه را نسبت به دایره بررسی می‌نماییم:

$$O \begin{cases} -\frac{a}{2} = 2 \\ -\frac{b}{2} = -4 \end{cases}, R = \sqrt{4+16+16} = 6 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

فاصله مرکز دایره را تا نقطه A یافته با شعاع دایره مقایسه می‌کنیم.



$$OA = \sqrt{(2+2)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{25} = 5 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

چون فاصله مرکز دایره تا نقطه A کمتر از شعاع دایره می‌باشد، پس A درون دایره است. (نمره ۰/۲۵)

بیشترین فاصله نقطه A تا محیط دایره اندازه AN می‌باشد:

$$AN = OA + R = 5 + 6 = 11 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

(د) درون

(ج) ۷

(ب) عمود

(الف) عمود

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۵، ۳۸ و ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

شرط آنکه دو دایره مماس داخل باشند آن است که $OO' = |R - R'|$ (نمره ۰/۲۵) پس:

$$C: x^2 + y^2 + 2x + 4y + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} O \begin{cases} -\frac{a}{2} = -1 \\ -\frac{b}{2} = -2 \end{cases} \\ R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4+16-4m} = \sqrt{5-m} \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$C': x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' \begin{cases} -\frac{a}{2} = 3 \\ -\frac{b}{2} = 1 \end{cases} \\ R' = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{36+4-36} = 1 \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$OO' = \sqrt{(-1-3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{16+9} = 5 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow 5 = |\sqrt{5-m} - 1| \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5-m} - 1 = 5 \Rightarrow \sqrt{5-m} = 6 \Rightarrow 36 = 5-m \Rightarrow m = -31 \\ \sqrt{5-m} - 1 = -5 \Rightarrow \sqrt{5-m} = -4 \quad \text{غقی} \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
حسن محمدبیگی	احمدرضا فلاح - حسن محمدبیگی - محمدتقی نمازی	مهرداد شریف - فاطمه فرجی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین‌الدین تقی‌زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان