



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) نادرست

(ج) نادرست

(ب) نادرست

(الف) درست

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۹، ۲۳، ۳۹ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) سطری

(ب) $|A| \neq 0$ یا دترمینان A مخالف صفر باشد.

(ج) متقاطعات

(د) $a^T + b^T - 4c \leq 0$ یا $a^T + b^T \leq 4c$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۲، ۱۹، ۲۳، ۴۲ و ۴۵)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$${}^2A = {}^3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - {}^1\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -6-m \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -3-\frac{m}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$1 - 3 - \frac{m}{2} = -4 \Rightarrow \frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = 4 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۷۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} = kI \quad (\text{نمره } 25/0) \quad \text{و} \quad B = \begin{bmatrix} k' & 0 & 0 \\ 0 & k' & 0 \\ 0 & 0 & k' \end{bmatrix} = k'I \quad (\text{نمره } 25/0)$$

چون A و B اسکالر هستند، پس تعویض پذیرند یعنی $AB = BA$ و اتحادها برقرار است (نمره ۲۵/۰)، پس:

$$\begin{cases} (A+B)^T - (A-B)^T = 16I \Rightarrow A^T + {}^2AB + B^T - A^T - B^T + {}^2AB = 16I \\ \Rightarrow 4AB = 16I \xrightarrow{\div 4} AB = 4I \Rightarrow (kI)(k'I) = 4I \Rightarrow (kk')I^T = 4I \\ \Rightarrow (kk')I = 4I \Rightarrow (kk' - 4)I = \vec{0} \xrightarrow{I \neq \vec{0}} kk' = 4 \end{cases} \quad (\text{نمره } 75/1)$$

$$AB = \begin{bmatrix} kk' & 0 & 0 \\ 0 & kk' & 0 \\ 0 & 0 & kk' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 4 + 4 + 4 = 12 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۹ و ۲۰)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

در ماتریس قطری درایه های بالا و پایین قطر اصلی صفر هستند.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+2a & -8+2a \\ b-2 & -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -8+2a=0 \Rightarrow a=4 \\ b-2=0 \Rightarrow b=2 \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-16} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 5/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

رابطه داده شده را از سمت چپ در $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$ و سپس از سمت راست در $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$ ضرب می کنیم.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{1}{10-12} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \right) \Rightarrow A = \frac{4}{-2} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$\Rightarrow A = - \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

یاسخ سؤال ۷: (۱/۲۵ نمره)

$$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \neq \frac{m+2}{2} \Rightarrow m^2 + \Delta m = 6 \Rightarrow (m+6)(m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \text{ (غير قابل قبول / ٢٥)} \\ m = 1 \text{ (قابل قبول / ٢٥)} \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۶ و ۳۱)

یاسخ سؤال ۸: (۵/۱ نمره)

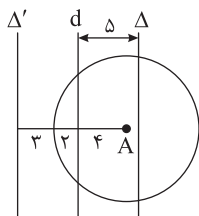
$$\Delta | \Delta A | = 625 \Rightarrow \underbrace{\Delta \times \Delta^3 | A |}_{(\text{نمره} \div \Delta)} = 625 \Rightarrow \underbrace{| A |}_{(\text{نمره} \div \Delta^3)} = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & m \\ 1 & r & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 1(r-1) - 0 + m(1-1) \Rightarrow 1 = 1 + m \Rightarrow m = 0$$

(٥ نمرة / ٢)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

یاسخ سؤال ۹: (۱/۲۵ نمبره)



(۲۵/۰ نمبر)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۶ است دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۶ است و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۵ هستند دو خط Δ و Δ' موازی با d است. با توجه به شکل فقط یکی از دو خط موازی (Δ) دایره را در دو نقطه قطع می‌کند. پس مسئله دو جواب دارد. (۱ نمره)

باسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

اگر $O(\alpha, \beta)$ مرکز دایره باشد آنگاه $O(\alpha, 2\alpha - 1)$ است. بنابراین:

(۲۵/۰ نمره)

$$R = OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (2\alpha - 3)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \alpha = \circ \Rightarrow O(\circ, -1) \text{ (نمبره } \circ/25)$$

$$R = OA = \sqrt{10} \text{ (نمبره ۲۵/۰)}$$

معادله دایره (۵/نمره): $(x-0)^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow x^2 + (y+1)^2 = 10$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

یاسخ سؤال ۱۱ (۱/۲۵ نمره)

از تلاقی دو قطر دایره، مرکز دایره به دست می‌آید.

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases} \xrightarrow{+} x = 2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow O(2, -1) \text{ (نمره ۵/۵)}$$

فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر با طول شعاع دایره است.

$$R = \frac{|f(2) + 3(-1) + 5|}{\sqrt{f^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ (نمره } 2/5)$$

(٥/نمره) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 2^2 = 4$: معادلة دایره

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

یاسخ سؤال ۱۲: (۱/۷۵ نمبره)

مثلاً ABC قائم الزاویه است.

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{1+1}{1+1} = 1 \text{ (نمره } \circ/۲۵) \\ m_{AC} &= \frac{-۳+1}{1+1} = -1 \text{ (نمره } \circ/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB \perp AC \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

بنابر این BC ، قطر دایره محیطی، مثلث است.

$$(O = \frac{B+C}{r} = (1, -1), R = \frac{BC}{r} = 2)$$



شیب خط مماس بر دایره در نقطه B، عکس و قرینه شیب خط گذرنده از B و C است.

$$m_{BC} = \frac{1 - (-3)}{1 - 1} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

بنابراین شیب خط مماس بر دایره در نقطه B برابر صفر است. (نمره ۰/۲۵) پس معادله خط مماس عبارت است از:

$$y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0 \Rightarrow O(1, -2) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad R = \frac{\sqrt{4 + 16 - 4(-5)}}{2} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{40}}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

چون نقطه A(-2, m) درون دایره است، پس: $OA < R$ (نمره ۰/۲۵)

$$OA = \sqrt{(1+2)^2 + (-2+m)^2} < \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{9 + (m+2)^2} < \sqrt{10} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \left\{ \begin{array}{l} 9 + (m+2)^2 < 10 \\ (m+2)^2 < 1 \end{array} \right. \Rightarrow |m+2| < 1 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\Rightarrow -1 < m+2 < 1 \xrightarrow{-2} -3 < m < -1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۷۵ نمره)

$$x^2 + y^2 + 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(-2, 0) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ R = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 0 + 0} = 2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 8y + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} O'(1, -4) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ R' = \sqrt{17 - m} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{cases}$$

$$OO' = \sqrt{(-2-1)^2 + (0+4)^2} = 5 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$OO' = R + R' \Rightarrow 5 = 2 + \sqrt{17 - m} \Rightarrow m = 8 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)