



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) رویه مخروطی: اگر دو خط d و l در نقطه A متقاطع (غیرعمود) باشند، سطح حاصل از دوران d حول l را یک رویه مخروطی گویند.
 ب) مکان هندسی: مجموعه نقاطی از صفحه (فضا) هستند که دارای ویژگی مشترک باشند و هر نقطه این ویژگی را داشت عضو این مجموعه باشد.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۳۴ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(ب) ندارد

(الف) ماتریس

(د) سهمی

(ج) حاصل ضرب درایه های روی قطر اصلی

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۰، ۱۲، ۱۹، ۳۰ و ۳۵)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x-1 & y+1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & y-2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

(۵/۰ نمره)

$$\text{الف) } \begin{cases} x+1=4 \Rightarrow x=3 \\ y-2=-3 \Rightarrow y=-1 \end{cases} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

باید درایه های نظیر به نظیر برابر باشند، پس:

$$\text{ب) } B = \begin{bmatrix} 3-1 & -1+1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B \times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۳، ۱۴ و ۱۸)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = \vec{0}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

ماتریس A را تشکیل می دهیم.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^2 & 0 \\ 0 & 4^2 \end{bmatrix} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A^3 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^3 & 0 \\ 0 & 4^3 \end{bmatrix} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

بنابراین:

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 4^n \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 13 & 8 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

دستگاه را به صورت ماتریسی می نویسیم.

$$AX = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{A^{-1} \times} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

(۷۵/۰ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)



پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$|A| = 4 \Rightarrow |A|^{-3} \Rightarrow 4|A|^{-3} - |A|^{-3} = 0 \Rightarrow (4|A| + 3)(|A| - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \Rightarrow |A^{-1}| = 1 & (\text{نمره } 0/25) \\ |A| = -\frac{3}{4} \Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{4}{3} & (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۲۵ نمره)

$$|A| = 1(-1-1) - 1(0-1) + 2(0-1) = -2 + 1 - 2 = -3 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

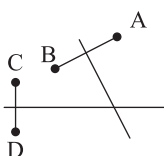
$$|-2A^4| = (-2)^4 |A|^4 = -8 \times (-3)^4 = -648 \quad (\text{نمره } 0/20)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)

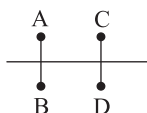
پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

نقطه برخورد؛ از برخورد عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های AB و CD به دست می‌آید که ۳ حالت دارد:

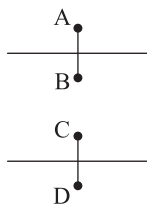
حالت ۱: یک نقطه (۰/۵ نمره)



حالت ۲: بی‌شمار نقطه اگر عمودمنصف‌ها برهم منطبق باشند. (۰/۵ نمره)



حالت ۳: هیچ نقطه اگر عمودمنصف‌ها برخورد نداشته باشند. (۰/۵ نمره)



(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

چهار نقطه

$$x = 0 \Rightarrow 1 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 3 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} A(0, \sqrt{3}) & (\text{نمره } 0/25) \\ B(0, -\sqrt{3}) & (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

$$y = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow C(1, 0) & (\text{نمره } 0/25) \\ x+1 = -2 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow D(-3, 0) & (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۰)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

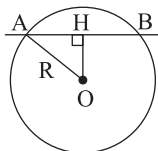
$$a = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - x + y - 2m = 0 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$a^2 + b^2 - 4c > 0 \Rightarrow 1 + 1 + 4m > 0 \Rightarrow 4m > -2 \Rightarrow m > -\frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵) (نمره)



بنابر فرض، طول وتر AB برابر $2\sqrt{6}$ است. اگر OH عمود بر خط $4x + 3y = 15$ باشد، پس $AH = \sqrt{6}$ است. (۲۵/۰ نمره)

$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4 - 3 - 15|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\triangle OAH : OA^2 = AH^2 + OH^2 \Rightarrow R^2 = 6 + 4 = 10 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۲۵) (نمره)

فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر شعاع دایره است.

$$O(2, -1) \Rightarrow \text{فاصله } O \text{ تا خط مماس} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|6 - 4 + 8|}{\sqrt{9 + 16}} = 2 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$R = \frac{\sqrt{16 + 4 - 4a}}{2} = \sqrt{5 - a} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

بنابراین:

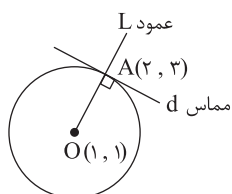
$$\sqrt{5 - a} = 2 \Rightarrow a = 1 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۳)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵) (نمره)

خط عمود از مرکز دایره می‌گذرد و این دو خط در نقطه A بر هم عمودند. (۲۵/۰ نمره)

مرکز دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ عبارت است از: $O(1, 1)$ (۲۵/۰ نمره)



$$m_{OA} = m_L = \frac{3-1}{2-1} = 2 \Rightarrow L \text{ معادله خط } y - 3 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 1 \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$(۵/۰ \text{ نمره}) \text{ معادله خط مماس } y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow m_d = -\frac{1}{m_L} \Rightarrow m_d = -\frac{1}{2} \Rightarrow d \text{ معادله خط } y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۲)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۲۵) (نمره)

ابتدا مرکز دو دایره و شعاع‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} C: O(1, -1), R = \frac{\sqrt{4 + 4 - 4}}{2} = 1 \\ C': O'(-1, 1), R' = \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \quad (۵/۰ \text{ نمره}) \quad OO' = \sqrt{(-1-1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\left. \begin{aligned} OO' > R + R' \\ 2\sqrt{2} > 1 + \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{دو دایره متخارج‌اند.} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۶)