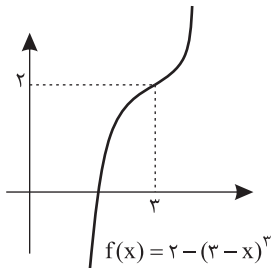




پاسخ سؤال ۱: (هرمورد ۲۵/۰ نمره)

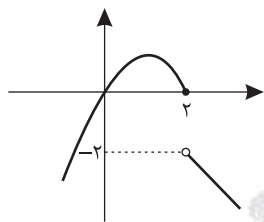
الف) نادرست، طبق نمودار تابع، $f(x)$ در دامنه خود صعودی اکید است.ب) نادرست، برای آنکه چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x + 2$ بخش پذیر باشد، باید $f(-2) = 0$ باشد:

$$f(-2) = 2 - (-2)^3 - 6(-2)^2 - 8(-2) + 6 \neq 0$$

ج) نادرست، پیوستگی تابع در $x = a$ شرط لازم برای مشتق پذیری تابع در a است، اما شرط کافی نیست.د) درست، دوره تناوب y برابر $6 = \frac{7\pi}{\pi/3}$ است.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۸، ۲۹، ۳۵ و ۷۸)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۷۵ نمره)

تابع در بازه $[-\infty, 1]$ صعودی اکید است. (۵/۰ نمره)تابع در بازه $[1, +\infty)$ نزولی اکید است. (۵/۰ نمره)

(۷۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} \quad (۵/۰ نمره)$$

$$D_f = [2, +\infty)$$

$$D_g = (-\infty, 4] \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$x \in D_f \Rightarrow x \geq 2$$

$$f(x) \in D_g \Rightarrow \sqrt{x-2} \leq 4 \Rightarrow x-2 \leq 16 \Rightarrow x \leq 18 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$D_{g \circ f} = [2, +\infty) \cap (-\infty, 18] = [2, 18] \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$f \circ g = f(g(x)) = \sqrt{g(x)-2} = \sqrt{2+\sqrt{4-x}-2} = \sqrt{4-x} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

(۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = 2 - \frac{1}{f(x)} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x+1} \Rightarrow \frac{1}{f(x)} = 2 - \frac{1}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

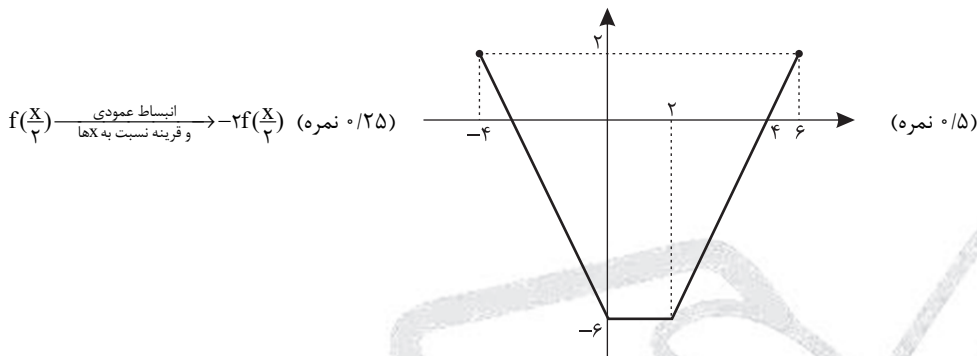
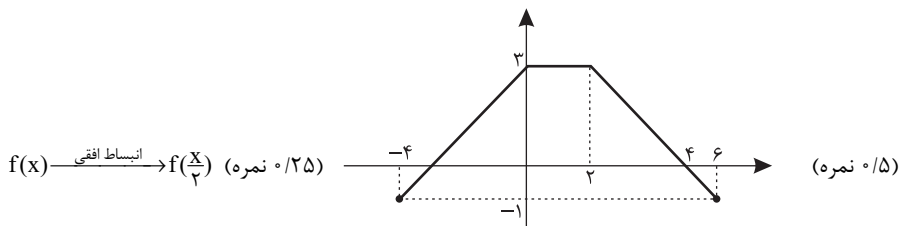
$$\frac{1}{f(x)} = \frac{2x+1}{x+1} \xrightarrow{f(x) \in D_g} f(x) = \frac{x+1}{2x+1} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+1}{2x-1} \quad (۵/۰ نمره) \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{-\frac{2}{3}+1}{2 \times \frac{2}{3}-1} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}-1} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = -1 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۷)

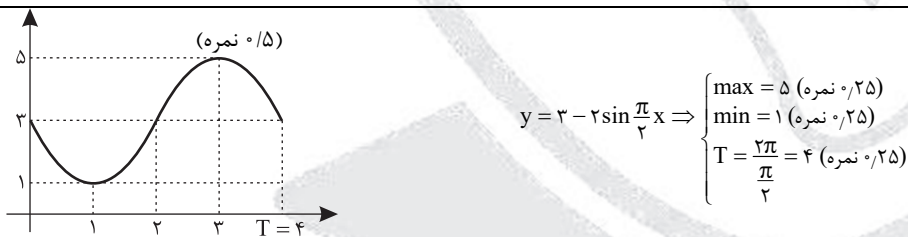


پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۹)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2}{3} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \times \frac{2}{3} = -\frac{4\sqrt{5}}{9} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

روش اول:

$$\sin x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

جواب کلی (نمره ۰/۲۵)

روش دوم:

$$\sin x + 1 - 2 \sin^2 x = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$



$$\begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (نمره } \circ/25) \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6} \end{cases} \text{ (نمره } \circ/25) \end{cases}$$

پس جواب کلی به صورت $x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ است. $k \in \mathbb{Z}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{در } [0, 2\pi] \text{ : } \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \text{ (نمره } \circ/25) \\ \text{در } [0, 2\pi] \text{ : } \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \text{ (نمره } \circ/25) \end{cases}$$

$$\text{جمع جوابها} = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{2} \text{ (نمره } \circ/5)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲/۵ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{\sqrt{2x-1} - 1} \times \frac{\sqrt{2x-1} + 1}{\sqrt{2x-1} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1} + 1)}{2(x-1)} = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \text{ (نمره } \circ/25)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 3}{x - 2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \text{ (نمره } \circ/25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 3}{x - 2} = \frac{5}{0^-} = -\infty \text{ (نمره } \circ/25) \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2} = -\infty \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 4x + 1 - 4x^2}{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 1}{3x - 2} = -\frac{4}{3} \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۵۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)

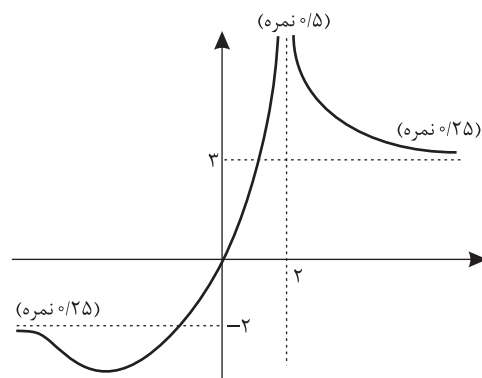
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{ax^2 + bx + 4} = -\infty \Rightarrow ax^2 + bx + 4 = a(x+2)^2 \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + 4 = ax^2 + 4ax + 4a \Rightarrow \begin{cases} 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \\ 4a = b \Rightarrow b = 4 \end{cases} \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty \text{ (نمره } \circ/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۷)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۵۴)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$f'(r) = \lim_{x \rightarrow r} \frac{f(x) - f(r)}{x - r} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{(x^r - r) - (r^r - r)}{x - r} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{x^r - r^r}{x - r} = \lim_{x \rightarrow r} \frac{(x - r)(x^{r-1} + rx^{r-2} + \dots + r^{r-1})}{x - r} = r^{r-1}$$

$$x=2 \text{ در } f(x) \text{ بر معادله خط مماس بر } \begin{cases} f'(2)=12 \rightarrow m=12 \\ f(2)=6 \rightarrow A(2, 6) \end{cases} \text{ شیب خط مماس:}$$

$$\Rightarrow y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y = 12x - 18 \quad (5 \text{ نمره})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۷۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره) $y - f(a) = f'(a)(x - a)$: خط مماس بر $f(x)$ در نقطه $x = a$

$$A \left| \begin{array}{l} a = \mathfrak{r} \\ f(a) = \gamma \end{array} \right. \quad m = f'(a) = \mathfrak{e}$$

(۲۵/۰) خط مماس بر $f(x)$ در نقطه $x = 3$ $\Rightarrow y - 7 = 6(x - 3) \Rightarrow y = 6x - 11$

$$B(x_B, y_B) \Rightarrow x_B = 4 \Rightarrow y_B = 24 - 11 = 13 \quad (25/0 \text{ نمره})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)

پاسخ سؤال ۱۵: (۵/۰ نمره)

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{1+h} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{h}}{h} = +\infty$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۱)