



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(ج) نادرست

(ب) درست

(الف) نادرست

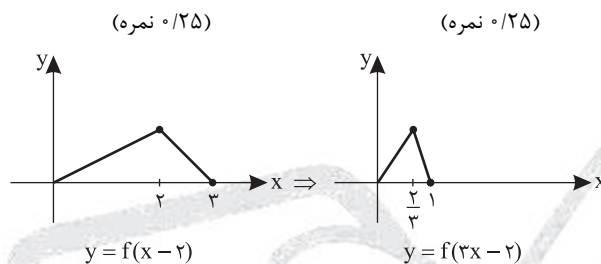
(ه) درست

(د) درست

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۲، ۲۷، ۳۴ و ۳۷)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

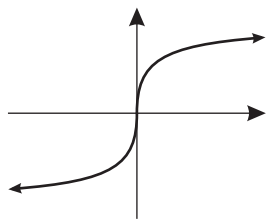
برای رسم نمودار تابع $y = f(3x - 2)$ ، ابتدا نمودار $y = f(x - 2)$ را با انتقال افقی به سمت راست نمودار f به اندازه ۲ واحد رسم می‌کنیم. (نمره ۵/۰) سپس با تبدیل $x \rightarrow 3x$ ، دامنه تابع، $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود. (نمره ۵/۰)



(حسابان دوازدهم، تمرین ۲، صفحه ۱۲)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

تذکر: تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ، تابع وارون $y = x^3$ می‌باشد، یعنی نمودار آن، قرینه نمودار $y = x^3$ نسبت به خط $y = x$ می‌باشد.

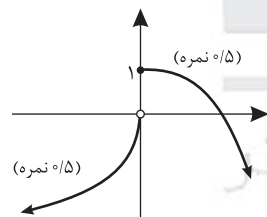


(حسابان دوازدهم، فعالیت ۳، صفحه ۱۴)

با توجه به مطلب بالا، نمودار f را رسم می‌کنیم. تابع f در بازه $(-\infty, 0)$ اکیداً صعودی و در بازه $[0, +\infty)$ اکیداً نزولی است.

(نمره ۵/۰)

(نمره ۵/۰)



(حسابان دوازدهم، مشابه تمرین ۲، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$D_y: f(2x - 1) \geq f(x + 1) \Rightarrow 2x - 1 \leq x + 1 \Rightarrow x \leq 2 \xrightarrow{D_f = \mathbb{R}} x \leq 2 = (-\infty, 2]$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ و ۱۸)

پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

$$\begin{cases} f(1) = 0 \Rightarrow -a + b + 3 = 0 \Rightarrow -a + b = -3 \quad (\text{نمره } 5/0) \\ f(-1) = -3 \Rightarrow -1 - a - b + 3 = -3 \Rightarrow -a - b = -5 \quad (\text{نمره } 5/0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a = -9 \Rightarrow a = \frac{9}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{نمره } 1)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)



پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$f(x) = a \sin bx + c$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow |b| = 10 \Rightarrow b = \pm 10 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\begin{cases} \max = |a| + c = -5 \\ \min = -|a| + c = -11 \end{cases} \Rightarrow 2c = -16 \Rightarrow c = -8 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

یا جواب‌های دیگری که می‌توان نوشت: $y = 3 \sin 10x - 8$ (نمره ۰/۲۵)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3 = 0 \Rightarrow (\cos x + 3)(2 \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -3 \text{ جواب ندارد} \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۰)

پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

الف) $\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{3\pi}{8} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < 2\alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} \tan 2\alpha > 1 \\ \tan 2\alpha < -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m-1 > 1 \Rightarrow m > 1 \\ 2m-1 < -1 \Rightarrow m < 0 \end{cases} \Rightarrow m > 1 \cup m < 0 \quad (\text{نمره } 0.5)$

ب) $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \xrightarrow{\tan \alpha = \frac{1}{3}} \tan 2\alpha = \frac{2}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2}{\frac{8}{9}} = \frac{9}{4} \quad (\text{نمره } 0.5)$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲۹ و ۴۴)

پاسخ سؤال ۹: (هر مورد ۰/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-5 + 5}{x^2 - 16} = \frac{0}{0^+} = 0$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x+1}{-x(x+3)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\sqrt{2}}{2})^+} \frac{\sin 2x}{\sin x + \cos x} = \frac{-1}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^- - (\frac{\sqrt{2}}{2})^+} = +\infty$

د) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-(x+1)(x-2)}{x(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-(x-2)}{x(x+1)} = \frac{3}{0^+} = +\infty$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$|x+3| - 4x = 0 \Rightarrow |x+3| = 4x \xrightarrow{x \geq 0} \begin{cases} x+3 = 4x \Rightarrow x = 1 \quad (\text{نمره } 0.5) \\ x+3 = -4x \Rightarrow x = -\frac{3}{5} < 0 \quad (\text{نمره } 0.5) \end{cases}$$

پس فقط یک مجانب قائم $x = 1$ داریم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-5}{x+3-4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{-3x} = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-5}{-x-3-4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{-5x} = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{5} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۸ و ۶۹)



پاسخ سؤال ۱۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 3x^2 = +\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 6x^2 + 11x + 6 - x^2}{x^2 - 4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2}{x^2} = 6$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

ابتدا تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = \frac{x(x-4)}{x(x+3)} = \frac{x-4}{x+3} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

به این ترتیب خط $x = 0$ نمی تواند مجانب قائم تابع باشد.

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{x-4}{x+3} = \frac{-7}{0^+} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x-4}{x+3} = \frac{-7}{0^-} = +\infty \Rightarrow x = -3 \quad \text{مجانب قائم} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-4}{x+3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow y=1 \quad \text{مجانب افقی} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

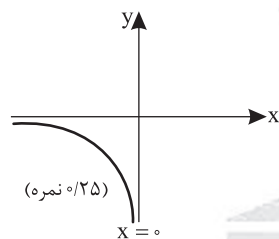
(حسابان دوازدهم، تمرین ۴، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۳: (۵/۵ نمره)

ابتدا دامنه تابع را تعیین می کنیم:

$$x - |x| = 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow x \geq 0$$

تابع f در اعداد نامنفی تعریف نمی شود:



$$D_f = (-\infty, 0)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{x-|x|} = \frac{1}{x+x} = \frac{1}{2x} \Rightarrow x=0 \quad \text{مجانب قائم} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x-|x|} = \frac{1}{0^+} \quad \text{تعریف نشده: مطلق}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x-|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

(حسابان دوازدهم، تمرین ۶، صفحه ۵۸)