

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

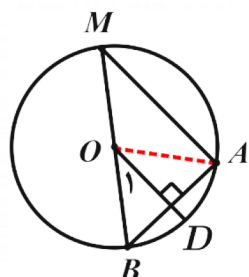
همکار محترم، از زحمات شما سپاسگزاریم. لطفاً به موارد زیر دقت فرمایید:

- تاکید می‌شود که ملاک نمره‌گذاری، راهنمای نمره‌گذاری است و از اعمال سلیقه خودداری شود. اما برای پاسخ‌های صحیح دیگر هر سوال به تناسب، نمره منظور شود تا حقی از دانش‌آموز ضایع نشود.
- در این راهنمای نمره‌گذاری، برخی سوالات از چندین روش حل شده است (برخی از روش‌ها فقط فرم نگارش آن متفاوت با روش‌های دیگر است). اما در کتاب درسی، اکثر این سوالات به روش نخست حل شده‌اند. ارائه این روش‌ها فقط به جهت در نظر گرفتن روش‌های احتمالی دانش‌آموزان و اختصاص نمره به ایشان است و پرداختن به این روش‌ها در کلاس درس توصیه نمی‌شود.
- معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سوال، در چند مرحله انجام می‌شود. در صورتی که دانش‌آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده باشد، اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر شود و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.
- این راهنمای نمره‌گذاری، در ساعات اولیه بعد از برگزاری امتحان به صورت غیرقابل استناد منتشر می‌شود و پس از بررسی نهایی، به صورت رسمی و قابل استناد منتشر می‌شود. لطفاً دقت فرمایید که نمره‌گذاری شما بر طبق راهنمای نهایی و قابل استناد باشد.

۱	الف) نادرست صفحه ۱۲	ب) نادرست صفحه ۲۰	ج) درست مشابه تمرین ۲ صفحه ۴۲	د) درست صفحه ۳۶	بارم هر قسمت (۰/۲۵)	۱
۲	الف) دو صفحه ۱۱	ب) محاطی صفحه ۲۵	ج) انتقال صفحه ۳۹	د) ۳۶۰° صفحه ۴۸	بارم هر قسمت (۰/۲۵)	۱
۳	روش اول: مرکز دایره را به نقطه A وصل می‌کنیم. رسم شکل (۰/۲۵) $OM = OA = R \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A} \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$ زاویه $\hat{O}_1$ در مثلث OAM خارجی است لذا: $\hat{O}_1 = \hat{M}_1 + \hat{A} \quad (۲) \quad (۰/۲۵)$ $\hat{O}_1 = 2\hat{M}_1 \Rightarrow BA = 2\hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \frac{BA}{2} \quad (۱), (۲) \Rightarrow \quad (۰/۲۵)$					۱.۲۵
	روش دوم: وتر AB و شعاع عمود بر آن را رسم می‌کنیم. در نتیجه رسم شکل (۰/۲۵) $OH \perp AB \Rightarrow BH = AH, \quad BD = DA \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{array}{l} \frac{BO}{BM} = \frac{BH}{BA} = \frac{1}{2} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OBH \sim \triangle MAB \Rightarrow \hat{M} = \hat{O}_1 = BD = \frac{AB}{2} \quad (۰/۲۵)$					۱.۲۵

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

روش سوم:

وتر AB و شعاع عمود بر آن را رسم می‌کنیم. در نتیجه

رسم شکل (۰/۲۵)

$$OD \perp AB \Rightarrow BD = DA \Rightarrow \hat{O}_1 = \frac{BA}{2} \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$$

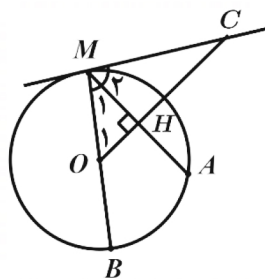
از طرفی چون در مثلث AMB میانه وارد بر یک ضلع، نصف آن ضلع است، لذا مثلث قائم‌الزاویه است. (۰/۲۵) پس

$$\left. \begin{array}{l} MA \perp AB \\ OD \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow MA \parallel OD \Rightarrow \hat{M} = \hat{O}_1 \xrightarrow{(۱)} \hat{M} = \frac{BA}{2}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

روش چهارم:

از نقطه M خطی بر دایره، مماس می‌کنیم. همچنین، از نقطه O به وتر AM عمود می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا خط مماس را در نقطه C قطع کند. در نتیجه



رسم شکل (۰/۲۵)

$$OH \perp AM \Rightarrow O_1 = \frac{AM}{2}$$

(۰/۲۵)

$$O_1 + M_1 = M_r + M_1 = 90^\circ \Rightarrow M_r = O_1$$

(۰/۲۵)

$$M_1 + M_r = 90^\circ = \frac{180^\circ}{2} = \frac{BA + AM}{2}$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow M_1 + \frac{AM}{2} = \frac{BA + AM}{2} \Rightarrow M_1 = \frac{BA}{2}$$

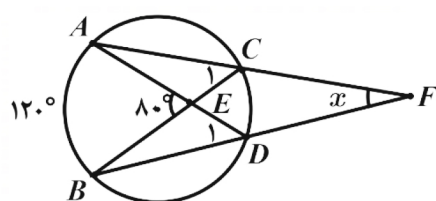
(۰/۲۵)

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

روش اول:

$$\underbrace{\frac{120^\circ + y}{2}}_{(0/25)} = 80^\circ, \quad \underbrace{\frac{120^\circ - y}{2}}_{(0/25)} = x \Rightarrow \underbrace{y}_{(0/25)} = 40^\circ, \quad \underbrace{x}_{(0/25)} = 40^\circ$$

روش دوم: با استفاده از ویژگی‌های زاویه محاطی و زاویه خارجی داریم:

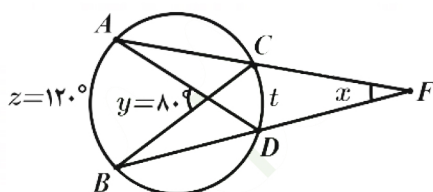


$$\begin{aligned} 80^\circ &= \hat{C}_1 + \hat{A} = \frac{120^\circ}{2} + \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 20^\circ \quad (*) \\ \left. \begin{aligned} \hat{D}_1 &= \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \\ \hat{D}_1 &= \hat{A} + x = 20^\circ + x \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 40^\circ \end{aligned}$$

۴

روش سوم:

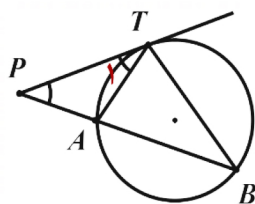
$$\underbrace{y = \frac{z+t}{2}}_{(0/25)}, \quad \underbrace{x = \frac{z-t}{2}}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{x+y=z}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{x+80^\circ}_{(0/25)} = 120^\circ \Rightarrow \underbrace{x}_{(0/25)} = 40^\circ$$

تذکر: در صورت به دست آوردن جواب به کمک رابطه $x + y = z$ بدون اثبات، فقط (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۶

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

روش اول:

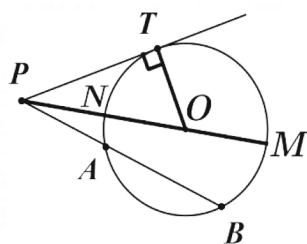
از نقطه T به A و B وصل می کنیم.

رسم شکل (۰/۲۵)

$$\begin{cases} P = P & (۰/۲۵) \\ T_1 = B = \frac{TA}{2} & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\triangle PAT \sim \triangle PBT}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{PT}{PA} = \frac{PB}{PT}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow PT^2 = PA \times PB$$

روش دوم:

نقطه P را به مرکز دایره وصل می کنیم و امتداد می دهیم. سپس نقاط برخورد با دایره را M و N می نامیم. قرار می دهیم $OP = d$. پس



رسم شکل (۰/۲۵)

$$\begin{aligned} PN \times PM &= PA \times PB \Rightarrow (d - R)(d + R) = PA \times PB \\ &\Rightarrow \underbrace{PA \times PB = d^2 - R^2}_{(۰/۲۵)} \quad (۱) \end{aligned}$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه $\triangle OPT$ داریم

$$\underbrace{OT^2 + PT^2 = OP^2}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow PT^2 = d^2 - R^2 \quad (۲)$$

بنابر روابط (۱) و (۲) داریم $PT^2 = PA \times PB$. (۰/۲۵)
(در صورتی که PA از مرکز بگذرد، اثبات به روش مشابه برقرار است)

قضیه صفحه ۱۹

فرض کنیم طول خط‌المركزین دو دایره برابر d و طول شعاع‌های آنها R و R' باشد. ($R > R'$)

$$\underbrace{\text{طول مماس مشترک خارجی}}_{(۰/۲۵)} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad \text{و} \quad \underbrace{\text{طول مماس مشترک داخلی}}_{(۰/۲۵)} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

در نتیجه

$$\underbrace{۱۰^2 = ۲۶^2 - (R + R')^2}_{(۰/۲۵)} \quad \text{و} \quad \underbrace{۲۴^2 = ۲۶^2 - (R - R')^2}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow R + R' = ۲۴, \quad R - R' = ۱۰ \Rightarrow \underbrace{R = ۱۷, R' = ۷}_{(۰/۵)}$$

تذکره: اگر دانش آموز به جای نوشتن فرمول مستقیماً اعداد را در فرمول جایگذاری کند، نمره کامل منظور گردد.

مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۳

۱

روش اول:

$$S = \frac{1}{2} a h_a \quad \text{یا} \quad \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S} \quad (۱) \quad \text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2S}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2S} \quad (۲)$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

روش دوم:

با توجه به شکل داریم

$$h_a = c \sin B \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{1}{c \sin B} \quad (۱)$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{1}{b \sin A}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{1}{a \sin C} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{c \sin B} + \frac{1}{a \sin C} + \frac{1}{b \sin A}$$

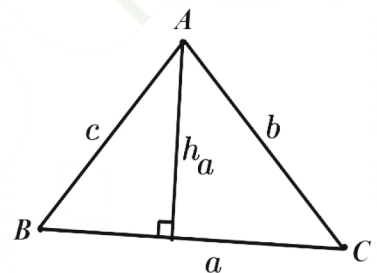
(۰/۲۵)

$$= \frac{a}{ca \sin B} + \frac{b}{ab \sin C} + \frac{c}{bc \sin A}$$

(۰/۲۵)

$$= \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)



روش سوم: ابتدا دایره محاطی داخلی مثلث را رسم می‌کنیم. حال با توجه به شکل داریم:

$$S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB} = S_{ABC}$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br + \frac{1}{2} cr = S = \frac{1}{2} ah_a$$

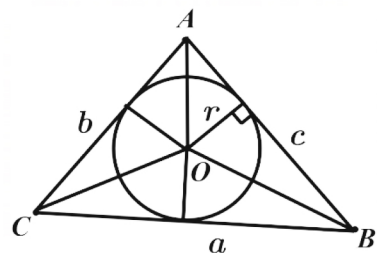
$$\Rightarrow h_a = \frac{ar + br + cr}{a} = \frac{2rP}{a} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2rP} \quad (۱)$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2rP}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2rP} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2rP} + \frac{b}{2rP} + \frac{c}{2rP} = \frac{2P}{2rP} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)



راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه	تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری	نمره	

روش چهارم:

$$S = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow rP = \frac{1}{2} a h_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2rP} \quad (1)$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2rP}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2rP} \quad (2)$$

(۰/۲۵)

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2rP} + \frac{b}{2rP} + \frac{c}{2rP} = \frac{2P}{2rP} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)

روش پنجم: فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد. پس

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left(\frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \\ S &= \frac{1}{2} ah_a \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{2R}{bc}, \quad abc = 4RS \quad (1)$$

(۰/۲۵)

$$\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{ab}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{2R}{ac} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{bc} + \frac{2R}{ac} + \frac{2R}{ba} = \frac{2R(a+b+c)}{abc} = \frac{4RP}{4RS} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)

تمرین ۵ صفحه ۳۰

روش اول:

$$\begin{aligned} AB + CD &= (AM + BM) + (DP + CP) = (AQ + BN) + (DQ + CN) \\ &= (AQ + DQ) + (BN + CN) = AD + BC \end{aligned}$$

(۰/۲۵)

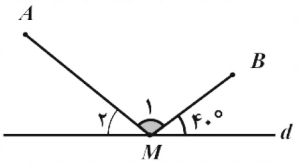
روش دوم:

$$\begin{aligned} AM = AQ = x, \quad QD = DP = y &\Rightarrow \begin{cases} MB = BN = AB - x \\ PC = NC = DC - y \end{cases} \quad (۰/۵) \\ \Rightarrow AD + CB = (x + y) + (AB - x + CD - y) = AB + CD \end{aligned}$$

(۰/۲۵)

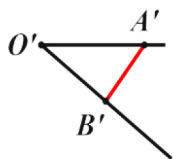
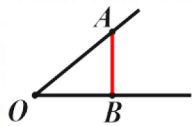
قضیه صفحه ۲۷

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

۰.۵	 $\underbrace{\hat{M}_2 = 40^\circ}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\hat{M}_1 = 100^\circ}_{(0/25)}$ نتیجه سوال صفحه ۵۲	۹
۱	اگر T یک دوران به مرکز O و زاویه α باشد، با توجه به شکل تحت T داریم: $T(A) = A' \quad , \quad T(B) = B' \Rightarrow \underbrace{OA = OA' \quad , \quad OB = OB'}_{(0/25)}$ $\Rightarrow \underbrace{AB = OA + OB = OA' + OB' = A'B'}_{(0/5)}$ رسم شکل (۰/۲۵) تذکر: به جواب مسأله، با رسم شکل و به صورت نوشتار فارسی (به طور کامل)، نیز نمره کامل داده شود. قضیه صفحه ۴۱	۱۰
۱	روش اول: ابتدا بازتاب نقطه C را تحت BD به دست می‌آوریم و آن را C' می‌نامیم. بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با: $\underbrace{S_{BC'DC} = 2S_{BDC}}_{(0/25)} = \underbrace{2\left(\frac{1}{2} CB \times CD \sin C\right)}_{(0/25)} = \underbrace{5 \times 8 \times \frac{1}{2}}_{(0/25)} = 20$ رسم شکل (۰/۲۵) روش دوم: ارتفاع BH را رسم می‌کنیم. $\hat{C}_1 = 30^\circ$ لذا $BH = \frac{1}{2} BC = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵). بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با: $\underbrace{2S_{BDC} = 2\left(\frac{1}{2} BH \times CD\right)}_{(0/25)} = \underbrace{2\left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 8\right)}_{(0/25)} = 20$ رسم شکل (۰/۲۵) مشابه تمرین ۵ صفحه ۵۴	۱۱

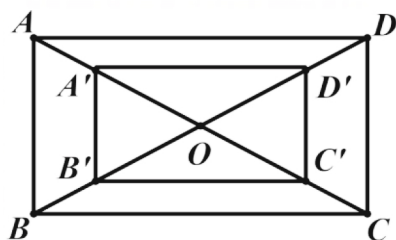
راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		نمره

۱۲	(فرض کنیم T یک تبدیل طولپا باشد. در این صورت با توجه به شکل، تحت T داریم: $T(O) = O' , T(A) = A' , T(B) = B'$ در نتیجه پاره‌خط‌های OA، OB و AB به ترتیب به پاره‌خط‌های $O'A'$، $O'B'$ و $A'B'$ تصویر می‌شود. چون تبدیل طولپاست داریم: (۰/۲۵) $OA = O'A' , OB = O'B' , AB = A'B'$ (۰/۲۵) رسم تصویر زاویه (۰/۲۵) $\Rightarrow \underbrace{\overset{\Delta}{AOB} \cong \overset{\Delta}{A'O'B'}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \hat{O} = \hat{O'}$ قضیه صفحه ۳۵ تذکر: در پنج خط اول اشاره به سه پاره خط، تصویر آنها و مفهوم طولپا بودن به هر بیانی (ریاضی یا توضیح فارسی)، مد نظر است.	۱۲
----	---	----



راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷	
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			
		Azmoon.medu.ir			
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری				نمره

۱.۲۵

روش اول: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

رسم شکل (۰/۲۵)

$$\underbrace{S - S' = 10}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{S - \frac{4}{9}S = 10}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{S = 18}_{(۰/۲۵)}$$

روش دوم: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{S - S' = 10}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{AB \times AD - A'B' \times A'D' = AB \times AD - \frac{2}{3}AB \times \frac{2}{3}AD = 10}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{S = AB \times AD = 18}_{(۰/۲۵)}$$

رسم شکل (۰/۲۵)

روش سوم: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{\frac{S'}{S} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{S - S'}{S} = \frac{5}{9}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{10}{S} = \frac{5}{9}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow S = 18$$

رسم شکل (۰/۲۵)

روش چهارم: فرض کنیم S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشند و α یکی از زاویه‌های بین دو قطر مستطیل باشد. می‌دانیم در هر مثلث میانه، مثلث را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند بنابراین:

$$\underbrace{S - S' = 10 \Rightarrow 4S_{OAB} - 4S_{OA'B'} = 10}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \underbrace{4\left(\frac{1}{2}OA \times OB \times \sin \alpha\right) - 4\left(\frac{1}{2}OA' \times OB' \times \sin \alpha\right) = 10}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \underbrace{OA \times OB \times \sin \alpha - \frac{4}{9}OA \times OB \times \sin \alpha = 5}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow OA \times OB \times \sin \alpha = 9$$

$$\Rightarrow S = 4\left(\frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin \alpha\right) = 18 \quad (۰/۲۵)$$

رسم شکل (۰/۲۵)

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
	نمره		

روش اول:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{AC}{\sin 135^\circ} = 2 \times 10$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 15^\circ \vee \underbrace{A = 30^\circ}_{(0/25)} \text{ ق ق} \\ AC = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (0/25) \\ (0/5) \end{array}$$

روش دوم:

دایره محیطی مثلث را رسم می کنیم. مطابق شکل داریم:

$$OA = OC = OB = CB = 10$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \triangle COB : O_1 = B_1 = 60^\circ \quad (1) \\ B_1 + B_r = 135^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow B_r = 75^\circ \quad (0/25)$$

$$\triangle AOB : A_1 + A_r = B_r = 75^\circ \Rightarrow O_r = 30^\circ \quad (2) \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \hat{AOC} = 90^\circ \Rightarrow CA^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow CA = 10\sqrt{2} \quad (0/5)$$

$$\hat{AOC} = 90^\circ \Rightarrow \triangle COA : C_r = A_1 = 45^\circ \Rightarrow A_r = 30^\circ \quad (0/5)$$

روش سوم:

در مثلث ABC ، اگر $AB = c$ ، $AC = b$ ، $BC = a = 10$ و با فرض این که S مساحت مثلث باشد داریم:

$$S = \frac{1}{2} ac \sin B \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 10 \times c \times \sin 135^\circ = \frac{5\sqrt{2}}{2} c \quad (1) \quad (0/25)$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left(\frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} \xrightarrow{(1)} 10 = \frac{10bc}{4 \times \frac{5\sqrt{2}}{2} c} \Rightarrow AC = b = 10\sqrt{2} \quad (0/5)$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{5\sqrt{2}}{2} c \Rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 15^\circ \vee \underbrace{\hat{A} = 30^\circ}_{(0/25)} \text{ ق ق} \quad (0/25)$$

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

تذکر: در تمامی روش‌های زیر اگر به جای نماد دو شرطی از نماد نتیجه‌گیری استفاده شده بود، نمره کامل منظور گردد.
روش اول:

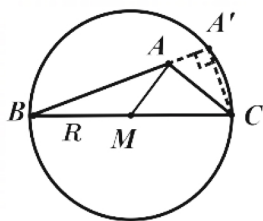
$$a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow \underbrace{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}_{(۰/۲۵)} > b^2 + c^2 \Leftrightarrow \underbrace{-2bc \cos A}_{(۰/۲۵)} > 0 \Leftrightarrow \underbrace{\cos A < 0}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow A > 90^\circ$$

نگارش دیگری از روش اول:

$$\underbrace{a^2 > b^2 + c^2}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{b^2 + c^2 - a^2}_{(۰/۲۵)} < 0 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}_{(۰/۲۵)} < 0 \Leftrightarrow \underbrace{\cos A < 0}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow A > 90^\circ$$

روش دوم:

فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد. در نتیجه:



$$\begin{aligned} a^2 > b^2 + c^2 &\Leftrightarrow 4R^2 \sin^2 A > 4R^2 \sin^2 B + 4R^2 \sin^2 C & (۰/۲۵) \\ \Leftrightarrow \sin^2 A > \sin^2 B + \sin^2 C &\Leftrightarrow \sin^2(B+C) > \sin^2 B + \sin^2 C \\ \Leftrightarrow \sin^2 B \cos^2 C + \cos^2 B \sin^2 C + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C &> \sin^2 B + \sin^2 C \\ \Leftrightarrow \sin^2 B(\cos^2 C - 1) + \sin^2 C(\cos^2 B - 1) + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C &> 0 & (۰/۲۵) \\ \Leftrightarrow \sin^2 B(-\sin^2 C) + \sin^2 C(-\sin^2 B) + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C &> 0 \\ \Leftrightarrow \cos B \cos C > \sin B \sin C &\Leftrightarrow \cos B \cos C - \sin B \sin C > 0 \\ \Leftrightarrow \cos(B+C) > 0 &\Leftrightarrow B+C < 90^\circ \Leftrightarrow A > 90^\circ & (۰/۲۵) \end{aligned}$$

روش سوم:

با توجه به شکل اگر $AM = m_a$, $BC = a$ ابتدا ثابت می‌کنیم: $\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{2}$

دایره‌ای به قطر BC و به مرکز M وسط ضلع BC می‌زنیم. با توجه به شکل و ویژگی‌های زاویه خارجی داریم:

$$\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow (A \text{ نقطه درون دایره باشد}) \Leftrightarrow m_a < R \Leftrightarrow 2m_a < a \quad (۰/۲۵)$$

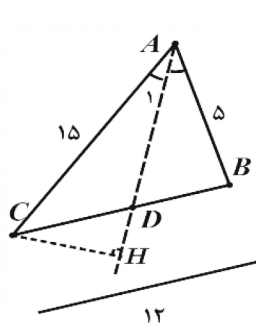
بنابراین:

$$\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{2} \Leftrightarrow m_a^2 < \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow 2m_a^2 < \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} < a^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 < a^2$$

(۰/۵)

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

روش سوم:



$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75} \quad (0/25)$$

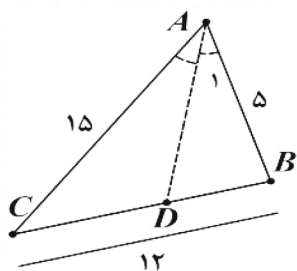
$$\sin^2 \hat{A}_1 = \frac{1 - \cos \hat{A}}{2} = \frac{11}{75} \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{\sqrt{33}}{15} \Rightarrow CH = \sqrt{33} \quad (0/5)$$

$$S_{ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = 8\sqrt{11} \quad (0/25)$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{5}{15} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{20}{15} \Rightarrow S_{ADC} = 6\sqrt{11} \quad (0/25)$$

$$S_{ADC} = 6\sqrt{11} = \frac{1}{2} AD \times CH \Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (0/25)$$

روش چهارم:



$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75} \quad (0/25)$$

$$\sin^2 \hat{A}_1 = \frac{1 - \cos \hat{A}}{2} = \frac{11}{75} \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{\sqrt{33}}{15} \quad (0/25)$$

$$\cos B = \frac{20 + 144 - 225}{120} = -\frac{7}{15} \Rightarrow \sin B = \frac{4\sqrt{11}}{15} \quad (0/5)$$

$$\frac{AD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin \hat{A}_1} \Rightarrow \frac{AD}{\frac{4\sqrt{11}}{15}} = \frac{3}{\frac{\sqrt{33}}{15}} \Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (0/5)$$

روش پنجم: در مثلث ABC ، اگر $AB = c$ ، $AC = b$ ، $BC = a$ ، مساحت و $2P$ محیط مثلث باشد داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = bc - \frac{ac}{b+c} \times \frac{ab}{b+c} \quad (0/5)$$

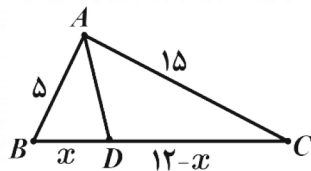
$$= \frac{bc((b+c)^2 - a^2)}{(b+c)^2} = \frac{bc(2P - 2a)(2P)}{(b+c)^2} = \frac{4bcP(P-a)}{(b+c)^2} \Rightarrow AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcP(P-a)} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcP(P-a)} = \frac{2}{20} \sqrt{16 \times 5 \times 15 \times 4} = 4\sqrt{3} \quad (0/5)$$

تذکر: در صورت عدم اثبات فرمول فوق، فقط نمره خط آخر یعنی (۰/۷۵) منظور گردد.

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

روش ششم: استفاده از قضیه استوارت:



$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{15}{12-x} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow BD = 3, DC = 9$$

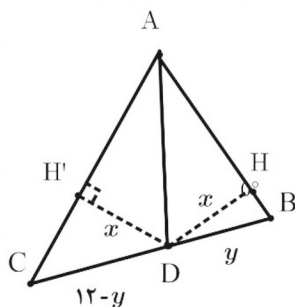
(۰/۵) (۰/۲۵)

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times DB = AD^2 \times BC + DB \times DC \times BC \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow 25 \times 9 + 225 \times 3 = 12 \times AD^2 + 3 \times 9 \times 12 \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$$

روش هفتم:



$$\frac{5}{y} = \frac{15}{12-y} \Rightarrow y = 3, CD = 9 \quad (AC = 15, AB = 5) \quad (۰/۷۵)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} x(5 + 15) = \sqrt{16 \times 11 \times 1 \times 4} \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{11}}{5} \quad (۰/۲۵)$$

$$BH^2 = 9 - \frac{176}{25} = \frac{49}{25} \Rightarrow BH = \frac{7}{5}, AH = \frac{32}{5} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow AD^2 = \left(\frac{4\sqrt{11}}{5}\right)^2 + \left(\frac{32}{5}\right)^2 \Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$$

مشابه تمرین ۲ صفحه ۷۰