



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

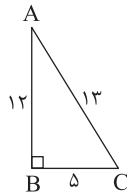
(الف) روی نیمساز (ب) ارتفاعها (ج) استنتاجی

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۳، ۱۷ و ۱۹)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) نادرست؛ در مثلث قائم‌الزاویه چنین نیست! مثل:

ارتفاع با یکی از اضلاع مثلث مساوی و از یکی از اضلاع مثلث بزرگ‌تر است.



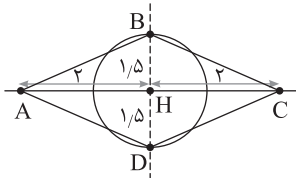
$$\begin{cases} h_A = AB = 12 > AC = 5 \\ h_C = BC = 5 \end{cases}$$

(ب) نادرست (ج) درست (د) نادرست

(هندسه دهم، صفحه‌های ۲۷، ۳۵، ۳۶ و ۴۷)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

ابتدا قطر AC به طول ۴ را رسم کرده و عمودمنصف آن را می‌کشیم و محل برخورد عمودمنصف با AC را H می‌نامیم. به مرکز H و به شعاع نصف قطر دوم یعنی ۱/۵ دایره‌ای رسم می‌کنیم. محل برخورد دایره با عمودمنصف را B و D نامیده و نقاط را به هم وصل می‌کنیم.



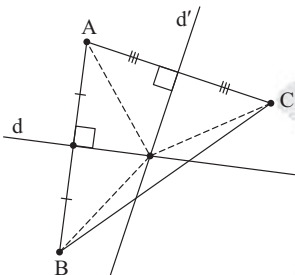
(هندسه دهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط از دو سر آن به یک فاصله است و برعکس، یعنی هر نقطه که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف است. ابتدا دو تا از عمودمنصف‌ها را رسم می‌کنیم. اگر O محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع AB و AC باشند داریم:

$$\left. \begin{array}{l} O \in d \xrightarrow{\text{عمودمنصف } AB} OA = OB \\ O \in d' \xrightarrow{\text{عمودمنصف } AC} OA = OC \end{array} \right\} \Rightarrow OB = OC \Rightarrow O \in d'' \text{ (عمودمنصف } BC)$$

بنابراین سه عمودمنصف هم‌رسانند.



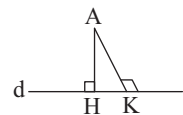
(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

برهان خلف: فرض می‌کنیم از نقطه A خارج از خط d دو خط عمود بر d می‌توان رسم کرد.

پس در مثلث AHK داریم: $\hat{A} + \hat{H} + \hat{K} = \hat{A} + 18^\circ > 18^\circ$

و این در تناقض با «مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ است» می‌باشد. پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است.



(هندسه دهم، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(الف) هر چهارضلعی مجموع زوایای داخلی‌اش ۳۶۰ درجه است.

(ب) دو دایره شعاع‌های برابر دارند اگر و تنها اگر مساحت‌های برابر داشته باشند.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

(الف) $\hat{D}_2 = \hat{B} + \hat{A}_1 \Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{A}_1$ زاویه خارجی برای مثلث ABD

(ب) $\left. \begin{array}{l} \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{A}_2$

(ج) $\hat{D}_2 > \hat{A}_2 \xrightarrow{\text{در هر مثلث هر زاویه که بزرگ‌تر باشد ضلع روبه‌رو به آن بزرگ‌تر است.}} AC > DC$

(هندسه دهم، صفحه ۲۷)



پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{a+b+c}{2+3+6} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{a+b+c}{11} = \frac{5}{11} \Rightarrow a+b+c=5$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

نکته: اگر دو مثلث قاعده مشترک داشته باشند و رأس‌های روبه‌روی این قاعده آنها، روی یک خط، موازی این قاعده باشند، این مثلث‌ها هم‌مساحت هستند.
با استفاده از نکته بالا و فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$S_{\triangle BDC} = S_{\triangle ABC} = 8$$

و اگر فاصله C تا BD را h در نظر بگیریم، نتیجه می‌شود:

$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} BD \times h = 8 \xrightarrow{BD=6} 3h = 8 \Rightarrow h = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۷، ۱۳ و ۱۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{x+2} \Rightarrow 2x = x+2 \Rightarrow x=2$$

حال بنا بر تعمیم قضیه تالس می‌توان نوشت:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1/5}{BC} \Rightarrow BC = 4/5$$

بنابراین محیط مثلث ABC برابر است با:

$$AB + AC + BC = 3 + 6 + 4/5 = 13/5$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (هر مورد ۱ نمره)

(الف)

$$\left. \begin{array}{l} RQ \parallel PC \Rightarrow \frac{AR}{AP} = \frac{AQ}{AC} \\ PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AR}{AP} = \frac{AP}{AB}$$

$$\Rightarrow AP^2 = AR \times AB \Rightarrow (4+x)^2 = 4 \times (7+x) \Rightarrow 16 + 8x + x^2 = 28 + 4x$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +2 & \text{قق} \\ x = -6 & \text{غقق} \end{cases}$$

(ب)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{N} = 90^\circ \\ \hat{C} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{نز}} \triangle MNC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MNC}{ABC} : \frac{MC}{AC} = \frac{MN}{AB} = \frac{CN}{CB}$$

$$\triangle MNC \text{ قائم الزویه} \Rightarrow NC = 8 \Rightarrow \frac{10}{x+8} = \frac{6}{18} \Rightarrow x+8 = \frac{10 \times 18}{6}$$

$$\Rightarrow x+8 = 30 \Rightarrow x = 22$$

(ج)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} \text{ مشترک} \\ \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تناسب دو ضلع و زاویه بین}} \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{3x+2} = \frac{1}{3}$$

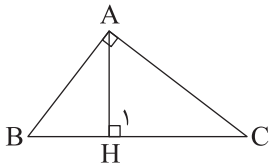
$$\Rightarrow 3x+2 = 6x-3 \Rightarrow 3x = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۳۷ و ۴۱)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{H} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زا}} \triangle ACH \sim \triangle ABC$$

$$\text{نسبت تشابه} \quad \frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC} \Rightarrow AC^2 = CH \times BC$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

(الف)

$$k = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{3}{2}$$

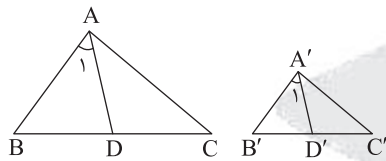
$$\Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = \frac{39 \times 2}{3} = 26$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث اول}}{\text{مساحت مثلث دوم}} = k^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۸)

(ب)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}'_1 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}'_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زا}} \triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AD}{A'D'} = k$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۶)