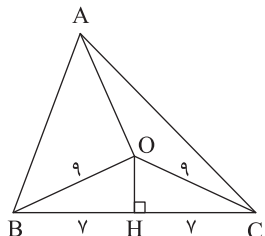




پاسخ سؤال ۱: (۱ نمره)

(الف) قطرهای (۲۵/۰ نمره) (ب) فرض - حکم (۵/۰ نمره) (ج) تعمیم (۲۵/۰ نمره)

(ریاضی نهم، صفحه‌های ۳۷، ۴۰ و ۴۸)



(مجموعه تمرینات، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

می‌دانیم فاصله O از سه رأس مثلث به یک اندازه است پس BO و CO هر دو برابر ۹ $\frac{۲۷}{۳}$ واحدند. از طرفی OH عمود منصفضلع BC می‌باشد. پس $BH = \frac{BC}{۲} = ۷$ واحد است. به کمک فیثاغورس داریم:

$$OH = \sqrt{BO^2 - BH^2} = \sqrt{9^2 - 7^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

پاسخ سؤال ۳: (۵/۱ نمره)

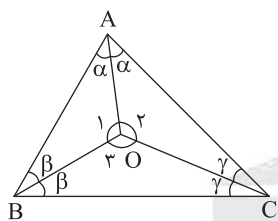
$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \quad (۱) \\ \hat{E} + \hat{F} + \hat{G} + \hat{H} = 360^\circ \quad (۲) \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{E} + \hat{F} + \hat{G} \quad (۳) \end{cases} \quad \text{فرض (۷۵/۰ نمره)}$$
$$\hat{D} = \hat{H} \quad (۲۵/۰ نمره) \quad \text{حکم}$$

با جایگذاری رابطه (۳) در روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \\ \hat{E} + \hat{F} + \hat{G} + \hat{H} = 360^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = \hat{E} + \hat{F} + \hat{G} + \hat{H} \xrightarrow{\text{با جایگذاری (۳)}} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{H} \Rightarrow \hat{D} = \hat{H} \quad (۵/۰ نمره)$$

(ریاضی نهم، صفحه‌های ۳۸، ۴۰ و ۴۱)

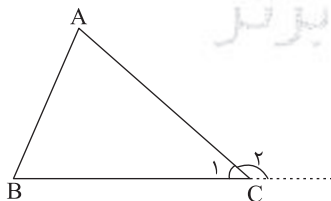
پاسخ سؤال ۴: (۵/۱ نمره)



$$\begin{cases} \hat{A} = \alpha x \\ \hat{B} = \beta x \\ \hat{C} = \gamma x \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha x + \beta x + \gamma x = 180^\circ \Rightarrow 12x = 180^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$$
$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = (180^\circ - (\alpha + \beta)) + (180^\circ - (\alpha + \gamma)) + (180^\circ - (\beta + \gamma))$$
$$= 180^\circ - \alpha - \beta + 180^\circ - \alpha - \gamma - (180^\circ - \beta - \gamma) = 180^\circ - \alpha - \beta + 180^\circ - \alpha - \gamma - 180^\circ + \beta + \gamma$$
$$= 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$$

(ریاضی نهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۵: (۵/۱ نمره)



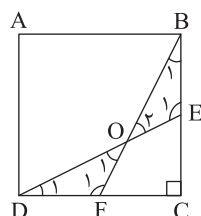
(ریاضی نهم، صفحه ۴۲)

(مجموعه تمرینات، صفحه ۴۴)

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 = 180^\circ \quad \text{فرض} \\ \hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B} \quad \text{حکم} \end{cases} \quad (۲۵/۰ نمره)$$
$$\begin{cases} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B} \quad (۱ نمره)$$

پاسخ سؤال ۶: (۵/۱ نمره)

با توجه به فرضیات سؤال داریم:



$$\begin{cases} CE = CF \\ DC = BC \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض. ض. ض.}} \triangle DCE \cong \triangle BCF$$

$$\hat{D}_1 = \hat{B}_1 \quad \text{پس}$$



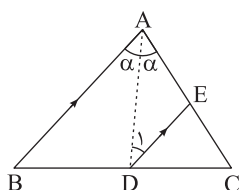
در نتیجه:

$$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{F}_1 = \hat{E}_1 \\ DF = BE \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه}} \triangle DOF \cong \triangle BOE \Rightarrow \begin{cases} DO = BO \\ OF = OE \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_1 \end{cases} \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{E}_1$$

$$\Rightarrow \frac{DO}{OE} \times \frac{FO}{BO} = 1$$

(ریاضی نهم، صفحه ۴۴)



$$\xrightarrow{\text{مورب } AD \parallel BC} \hat{D}_1 = \alpha$$

(ریاضی نهم، صفحه ۴۱)

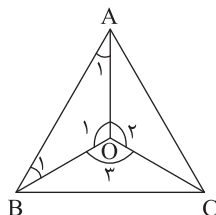
(مجموعه تمرینات، صفحه های ۴۹ و ۴۸)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

با توجه به خطوط مورب و موازی داریم:

پس مثلث $\triangle ADE$ متساوی الساقین است.

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

با کمی دقت متوجه می شویم که زوایای $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$ و همگی برابر 120° اند ($\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$) و سه مثلث $\triangle AOB$. $\triangle AOC$ و $\triangle BOC$ با هم هم نهشت اند زیرا $\hat{O}$ را می توانیم به گونه ای در نظر بگیریم که $AO = BO = CO$ باشد.پس زوایای $\hat{A}_1$ و $\hat{B}_1$ هر کدام $\frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$ می باشند در نتیجه نسبت بزرگترین زاویه به کوچکترین زاویه در مثلث هایکوچک برابر است با: $\frac{120^\circ}{30^\circ} = 4$

(ریاضی نهم، صفحه های ۴۴ و ۴۵)