



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

$$\text{الف) } -5 \quad \text{ب) } D_f = (-2, 2) \quad \text{ج) } \frac{3}{2} \quad \text{د) } -\frac{1}{2}$$

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$$a_1 + a_{2r} = 120 \Rightarrow a_1 + 7d + a_1 + 22d = 120 \Rightarrow 2a_1 + 29d = 120$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} (2a_1 + 29d) = \frac{30}{2} \times 120 = 30 \times 60 = 1800$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$-3, x, y, 24, \dots \quad a_1 = -3, a_4 = 24$$

$$a_1 q^3 = 24 \Rightarrow -3q^3 = 24 \Rightarrow q^3 = -8 \Rightarrow q = -2$$

$$\frac{S_8}{a_1} = \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{1-q^8}{q^8(1-q)} = \frac{1-(-2)^8}{(-2)^8(1+2)} = \frac{1-256}{-512 \times 3} = \frac{255}{3 \times 512} = \frac{85}{512}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 3 \Rightarrow (\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x})^2 = 3^2$$

$$\Rightarrow (x+3) + (2-x) + 2\sqrt{x+3}\sqrt{2-x} = 9 \Rightarrow 5 + 2\sqrt{(x+3)(2-x)} = 9$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(2-x)} = 4 \Rightarrow \sqrt{6-x-x^2} = 2 \Rightarrow 6-x-x^2 = 4 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ قق} \\ x=-2 \text{ قق} \end{cases} \quad \text{هر دو پاسخ در معادله صدق می کنند.}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$2x^2 + (m-1)x - 3 = 0 \quad S = \alpha + \beta = -\frac{m-1}{2} = \frac{1-m}{2}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 3 \Rightarrow \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = 3 \Rightarrow \frac{\frac{1-m}{2}}{\frac{-3}{2}} = 3 \Rightarrow \frac{m-1}{3} = 3$$

$$\Rightarrow m-1=9 \Rightarrow m=10 \Rightarrow 2x^2 + 9x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

پس  $m=10$  قابل قبول است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۸)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$y = a(x+1)(x-3)$$

طول رأس سهمی میانگین  $x = -1$  و  $x = 3$  است، پس:

$$x = \frac{-1+3}{2} = 1 \Rightarrow \text{رأس } (1, -4) \Rightarrow -4 = a(1+1)(1-3)$$

$$\Rightarrow -4 = a(-4) \Rightarrow a=1 \Rightarrow y = (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3$$

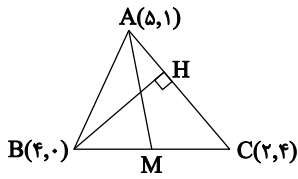
(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱)



## پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید.

(الف)



$$M = \frac{B+C}{2} \Rightarrow M\left(\frac{4+2}{2}, \frac{0+4}{2}\right) \Rightarrow M(3,2)$$

$$AM = \sqrt{(5-3)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

(ب)

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{4-1}{2-5} = -1 \Rightarrow m_{BH} = 1, B(4,0) \Rightarrow y-0 = 1(x-4) \Rightarrow y = x-4$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

## پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$|x^2 - 1| = |x+1| \Rightarrow x^2 - 1 = \pm(x+1)$$

$$x^2 - 1 = x+1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x=2, x=-1$$

$$x^2 - 1 = -x-1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x=0, x=-1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۶)

## پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$f(x) = |x+1| + |x-2|$$

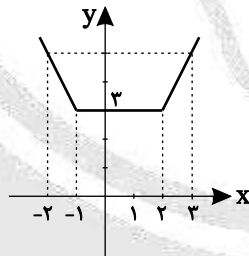
$$x < -1 \Rightarrow f(x) = -(x+1) - (x-2) = -2x+1$$

$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = x+1 - (x-2) = 3$$

$$x \geq 2 \Rightarrow f(x) = x+1 + x-2 = 2x-1$$

$$f(x) = \begin{cases} -2x+1 & x < -1 \\ 3 & -1 \leq x < 2 \\ 2x-1 & x \geq 2 \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۴)



## پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = (x-1)\sqrt{1-x} \Rightarrow 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow D_f = (-\infty, 1]$$

$$g(x) = \sqrt{(1-x)^3} \Rightarrow (1-x)^3 \geq 0 \Rightarrow 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow D_g = (-\infty, 1]$$

$$D_f = D_g = (-\infty, 1]$$

$$g(x) = \sqrt{(1-x)^3} = \sqrt{(1-x)^2(1-x)} = |1-x|\sqrt{1-x} \xrightarrow{x \leq 1} g(x) = (1-x)\sqrt{1-x} \neq f(x)$$

f و g برابر نیستند.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$f(x) = 2x - [x] \quad -2 \leq x < 2$$

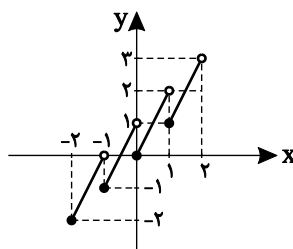
$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow f(x) = 2x + 2 \quad \begin{matrix} -2 \\ -2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = 2x + 1 \quad \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = 2x \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1 \quad \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)





## پاسخ سؤال ۱۲: (۰/۷۵ نمره)

$$f(x) = 3 - \sqrt{x-4} \Rightarrow f(8) = 3 - \sqrt{4} = 1$$

$$f^{-1}(-1) = a \Rightarrow f(a) = -1 \Rightarrow 3 - \sqrt{a-4} = -1 \Rightarrow \sqrt{a-4} = 4$$

$$a-4=16 \Rightarrow a=20 \Rightarrow f^{-1}(-1)=20$$

$$f(8) - 2f^{-1}(-1) = 1 - 2 \times 20 = 1 - 40 = -39$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۷)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = \frac{1}{x}, D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$g(x) = \sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_g = [2, +\infty)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \neq 0 \mid f(x) \geq 2\}$$

$$\frac{1}{x} \geq 2 \Rightarrow \frac{1-2x}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{1-2x} \Big|_{-\infty}^{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{2}}{-} \Rightarrow 0 < x \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = (0, \frac{1}{2}], (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\frac{1}{x}) = \sqrt{\frac{1}{x} - 2} = \sqrt{\frac{1-2x}{x}}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۷ و ۶۸)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$g(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x+5}} \Rightarrow x+5 > 0 \Rightarrow x > -5 \Rightarrow D_g = (-5, +\infty)$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow x-4=0 \Rightarrow x=4$$

$$D_{f \circ g} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = (-5, +\infty) - \{-1, 4\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۴ و ۶۵)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

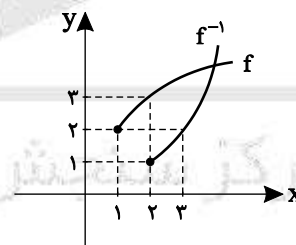
$$\sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} + 2 \geq 2 \Rightarrow f(x) \geq 2 \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$$

$$y = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow \sqrt{x-1} = y-2 \Rightarrow x-1 = (y-2)^2 = y^2 - 4y + 4$$

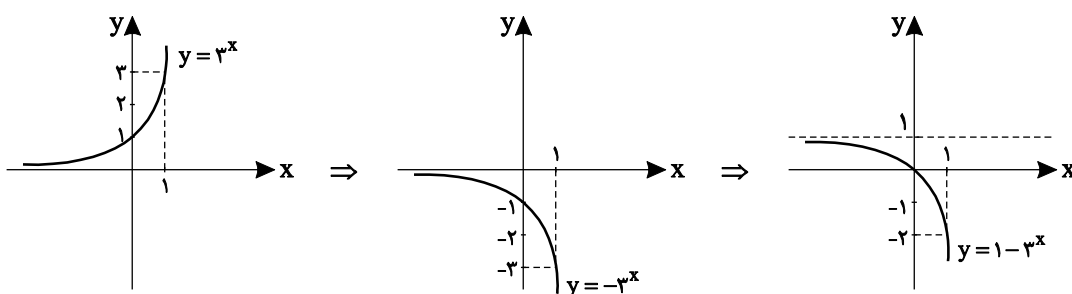
$$\Rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \Rightarrow y = f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5, D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$$

$$R_{f^{-1}} = [1, +\infty)$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۹ و ۶۱)



## پاسخ سؤال ۱۶: (۱ نمره)



(حسابان یازدهم، صفحه ۷۴)



صفحه ۴ از ۴

باسمه تعالی

## پاسخنامه آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱



پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

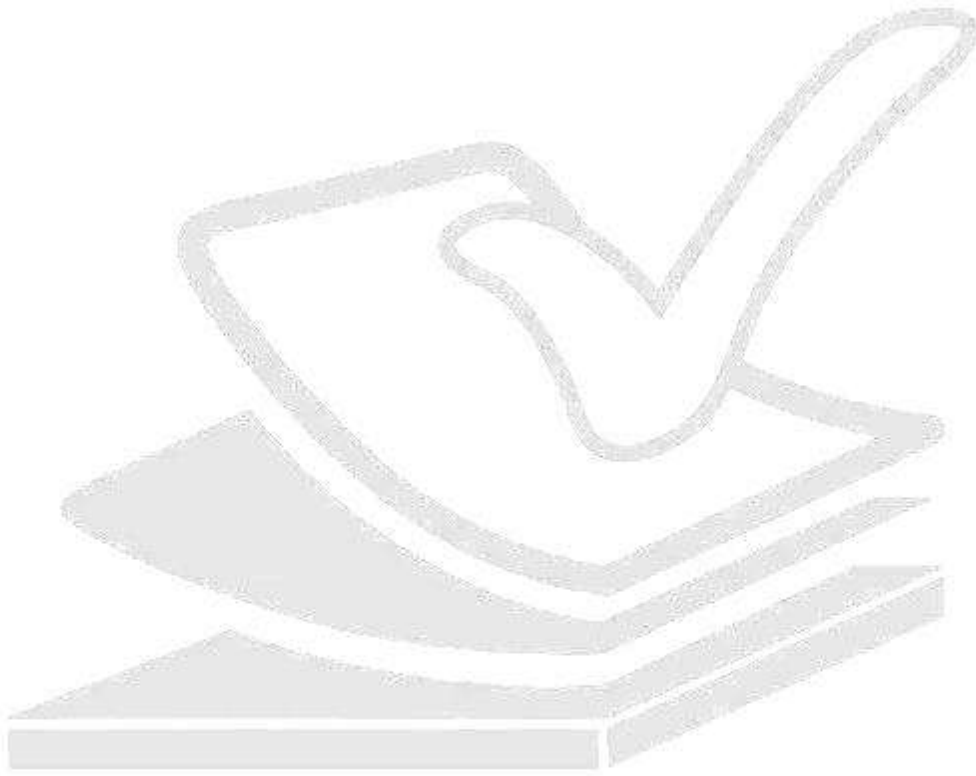
پاسخ سؤال ۱۷: (۱ نمره)

$$2^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{(2^2)^x} \leq (2^2)^{x-1} \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{-2x} \leq 2^{3x-2}$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{1}{2}-2x} \leq 2^{3x-2} \Rightarrow \frac{1}{2} - 2x \leq 3x - 2 \Rightarrow \frac{1}{2} + 2 \leq 3x + 2x$$

$$\Rightarrow 5x \geq \frac{5}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر