



باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۴

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(د) ۲

$$m = -\frac{3}{4}$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0 \text{ (ب)}$$

$$\frac{21}{16} \text{ (الف)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۵، ۹، ۳۱، ۵۸ و ۵۹)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) نادرست، زیرا در یک مستطیل با نسبت طلایی، نسبت طول به عرض، با نسبت نصف محیط به طول برابر است.

$$\begin{array}{|c|} \hline L \\ \hline \end{array} \quad W \quad \frac{L}{W} = \frac{L+W}{L}$$

(ب) درست، با توجه به نامساوی مثلثی داریم:

$$|a \pm b| \leq |a| + |b|$$

(ج) درست، اگر تابع f از مجموعه A به مجموعه B تعریف شده باشد، به مجموعه B هم‌دامنه تابع می‌گوییم و همواره $R_f \subseteq B$.

(د) نادرست، زیرا $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ و $D_g = \mathbb{R}$ ، پس $D_f \neq D_g$.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۵، ۳۹ و ۴۱)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(الف) گزینه ۲، زیرا:

$$a_1 = -50, d = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{101} = \frac{101}{2}(-100 + 100 \times 3) = \frac{101}{2} \times 200 = 10100$$

(ب) گزینه ۱، زیرا با تقسیم $f(x) = x^3 - 5x + 4$ بر $x-1$ داریم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x + 4 & x-1 \\ \hline -(x^3 - x^2) & \\ \hline x^2 - 5x + 4 & \\ \hline -(x^2 - x) & \\ \hline -4x + 4 & \\ \hline -(-4x + 4) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)(x^2 + x - 4)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+x-4=0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{جواب بزرگ‌تر}} x = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۴ و ۱۳)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۷۵ نمره)

(الف) با توجه به اینکه $S(-1, 2)$ رأس سهمی است، داریم:

$$f(x) = a(x+1)^2 + 2, (0, 1) \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow 1 = a(1) + 2 \Rightarrow a = -1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$f(x) = -(x+1)^2 + 2 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 2x + 1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ب)

$$f(x) = 0 \Rightarrow -(x+1)^2 + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 2 \Rightarrow |x+1| = \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2}-1 \quad (\text{نمره } 0/25) \\ x+1 = -\sqrt{2} \Rightarrow x = -\sqrt{2}-1 \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۲۷)



پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۲

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۲۵ نمره)

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = 5 - \sqrt{x} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

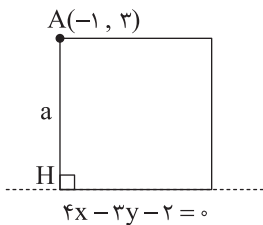
$$\xrightarrow{\text{توان } ۲} 2x+1 = 25 + x - 10\sqrt{x} \Rightarrow x + 10\sqrt{x} - 24 = 0 \xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^2 + 10t - 24 = 0 \Rightarrow (t+12)(t-2) = 0$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

$$\begin{cases} t = -12 \\ t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

طبق شکل فرضی زیر، فاصله نقطه $A(-1, 3)$ از خط $4x - 3y - 2 = 0$ برابر با ضلع مربع است.

$$a = AH = \frac{|4(-1) - 3(3) - 2|}{\sqrt{16+9}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (\text{نمره } ۰/۵) \Rightarrow S = a^2 = 3^2 = 9 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

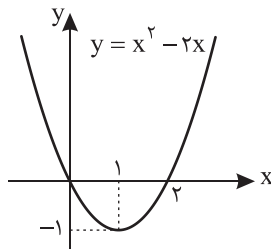
(حسابان یازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

ابتدا نمودار تابع $y = x^2 - 2x$ را رسم می‌کنیم.

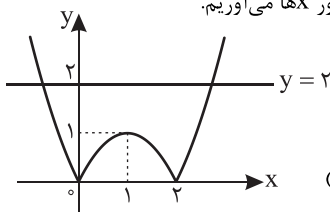
$$y = x^2 - 2x$$

$$\begin{array}{c|c} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 0 & -1 & 0 \end{array}$$



(نمره ۰/۵)

$$\text{رأس} \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \times 1} = 1 \\ y = 1 - 2 = -1 \end{cases}$$

حال در نمودار $y = x^2 - 2x$ قسمت‌های زیر محور x را نسبت به محور x قرینه کرده و به بالای محور x می‌آوریم.

$$\Rightarrow f(x) = |x^2 - 2x| \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

تعداد جواب‌های معادله $|x^2 - 2x| = 2$ برابر با تعداد نقاط برخورد منحنی $f(x) = |x^2 - 2x|$ و خط $y = 2$ است که دیده می‌شود. خط $y = 2$ نمودار تابع را در ۲ نقطه قطع می‌کند، پس معادله ۲ جواب دارد. (نمره ۰/۵)

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} x \text{ ساعت} = \text{زمان نفر اول} \\ x + 10 \text{ ساعت} = \text{زمان نفر دوم} \\ 12 \text{ ساعت} = \text{زمان هر دو با هم} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\frac{2x+10}{x(x+10)} = \frac{1}{12} \Rightarrow x^2 + 10x = 24x + 120 \Rightarrow x^2 - 14x - 120 = 0 \Rightarrow (x-20)(x+6) = 0 \Rightarrow x = 20 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

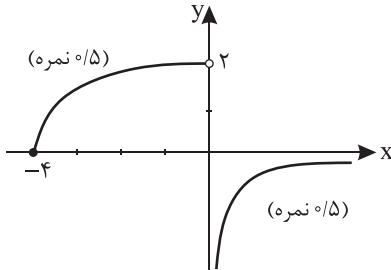
(نمره ۰/۲۵)

پس نفر دوم کار را به تنهایی در $20 + 10 = 30$ ساعت انجام می‌دهد. (نمره ۰/۲۵)

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)



$$D_f = [-4, +\infty) - \{0\} \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

$$R_f = (-\infty, 2) \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

با تشکیل مربع کامل داریم:

$$f(x) = y = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow y = x^2 - 6x + 9 - 1 \Rightarrow y = (x - 3)^2 - 1 \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow y + 1 = (x - 3)^2 \Rightarrow \sqrt{y+1} = |x - 3| \xrightarrow{\substack{x \leq 3 \\ x - 3 \leq 0}} \sqrt{y+1} = -(x - 3) \Rightarrow -\sqrt{y+1} = x - 3 \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow x = 3 - \sqrt{y+1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x+1} \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۷۵ نمره)

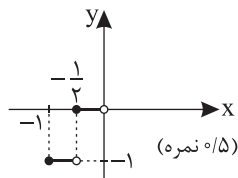
$$\text{الف) } y = [2x] + 1, -1 \leq x < 0 \xrightarrow{x^2} -2 \leq 2x < 0$$

$$-2 \leq 2x < -1 \Rightarrow y = -2 + 1 = -1 \Rightarrow -1 \leq x < -\frac{1}{2} \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

$$-1 \leq 2x < 0 \Rightarrow y = -1 + 1 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 0 \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\text{ب) } y = [-2\sqrt{2}] + 1 = -3 + 1 = -2 \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$D_f = \{2, 1, 4, 6, 3\}, D_g = \{2, 4, -1, 6, 0\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{2, 4, 6\}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & 2 & 4 & 6 \\ f & 5 & 2 & 1 \\ g & 4 & 2 & 2 \end{array} \Rightarrow \frac{2f}{f-g} = \left\{ \left(2, \frac{10}{5-4} \right), \left(4, \frac{4}{2-2} \right), \left(6, \frac{2}{1-2} \right) \right\}$$

تعریف نشده

$$\Rightarrow \frac{2f}{f-g} = \left\{ (2, 10), (6, -2) \right\} \quad (۵/۲۵ \text{ نمره}) \quad (۵/۲۵ \text{ نمره})$$

برای محاسبه $g \circ f$ با شروع از تابع f داریم:

$$2 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g} x \quad 4 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} 4 \quad 3 \xrightarrow{f} 0 \xrightarrow{g} 5$$

$$1 \xrightarrow{f} -3 \xrightarrow{g} x \quad 6 \xrightarrow{f} 1 \xrightarrow{g} x$$

بنابراین:

$$g \circ f = \left\{ \underbrace{(4, 4)}_{(۵/۲۵ \text{ نمره})}, \underbrace{(3, 5)}_{(۵/۲۵ \text{ نمره})} \right\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۸ و ۶۹)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۷۵ نمره)

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}, \quad g(x) = \frac{1}{x+5} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-5\}$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \neq -5 \mid \frac{1}{x+5} \neq 1\}$$

(نمره ۰/۲۵)

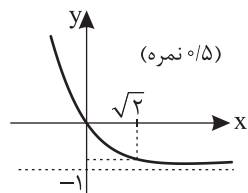
$$\frac{1}{x+5} \neq 1 \Rightarrow x+5 \neq 1 \Rightarrow x \neq -4 \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

$$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{-5, -4\} \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x+5}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x+5} - 1} = \frac{x+5}{-x-4} \quad (\text{نمره ۰/۵})$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)

الف) نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ را یک واحد به پایین انتقال می دهیم تا نمودار $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$ حاصل شود.ب) با توجه به نمودار، حاصل $f(\sqrt{2})$ عددی بین -1 تا صفر است، پس:

$$-1 < f(\sqrt{2}) < 0 \Rightarrow [f(\sqrt{2})] = -1 \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

(نمره ۰/۲۵)

ج)

$$3^{2(3x-2)} > 3^{-5} \Rightarrow 3^{6x-4} > 3^{-5} \Rightarrow 6x-4 > -5 \Rightarrow 6x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{6} \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

(حسابان یازدهم، صفحه های ۷۴، ۷۸ و ۷۹)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
سعید اکبرزاده	ایمان اردستانی - سعید اکبرزاده ابوالفضل فروغی - مهسا محمودزادگان	علیرضا فاطمی - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)	
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان	