



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) نادرست

(ج) درست

(ب) درست

(الف) نادرست

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳۹، ۴۶، ۴۸ و ۵۱)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(الف) صفر

$$(f^{-1})^2 = \{(3, 4), (4, 1), (0, 9)\} \quad (ب)$$

$$2\sqrt{2} \quad (د)$$

$$3(1) + 5(2) + 7(3) + 5(4) = 3 + 10 + 21 + 20 = 54 \quad (ج)$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۳، ۳۴، ۵۱، ۵۴ و ۶۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

۹۶، ...، ۱۸، ۱۲: اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۶

$$a_1 = 12, a_n = 96 \Rightarrow n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \quad (نمره ۲۵/۰)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}(a_1 + a_{15}) = \frac{15}{2}(12 + 96) = 810 \quad (نمره ۲۵/۰)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$x^2 - x - 1 = 0, \Delta = 5 > 0$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 1 = S \\ \alpha\beta = -1 = P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S' = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2PS = 1 - 2(-1)(1) = 3 \\ P' = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = P^2 = 1 \end{cases} \quad (نمره ۲۵/۰)$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (نمره ۲۵/۰)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹)

پاسخ سؤال ۵: (۲۵/۱ نمره)

رأس سهمی نقطه $S(2, 1)$ است، پس $h = 2$ و $k = 1$ و معادله سهمی به صورت زیر است:

$$y = a(x - h)^2 + k$$

$$y = a(x - 2)^2 + 1 \xrightarrow{x=0, y=-3} -3 = 4a + 1 \Rightarrow a = -1 \quad (نمره ۲۵/۰)$$

$$y = -(x - 2)^2 + 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1 \Rightarrow x - 2 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases} \quad (نمره ۵/۰)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$\frac{y}{x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{x}{x(x+2)} \Rightarrow \frac{y}{x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{1}{x+2}$$

$$\xrightarrow{x(x+2) \times} y(x+2) - 3x^2 = x \Rightarrow 2x + 4 - 3x^2 = x \quad (نمره ۲۵/۰)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - x - 4 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{4}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases} \quad (نمره ۵/۰)$$

هر دو جواب قابل قبول هستند.

$$(ب) \quad x^2 + 3x - 8 = \sqrt{x^2 + 3x - 6}$$

$$t = \sqrt{t+2} \xrightarrow{t \geq -2} t^2 = t+2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -1 \end{cases} \quad (نمره ۲۵/۰)$$

از تغییر متغیر $x^2 + 3x - 8 = t$ استفاده می‌کنیم. $t = -1$ در معادله $t = \sqrt{t+2}$ صدق نمی‌کند ولی $t = 2$ صدق می‌کند، پس داریم: (نمره ۲۵/۰)

$$x^2 + 3x - 8 = 2 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -5 \end{cases} \quad (نمره ۲۵/۰)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

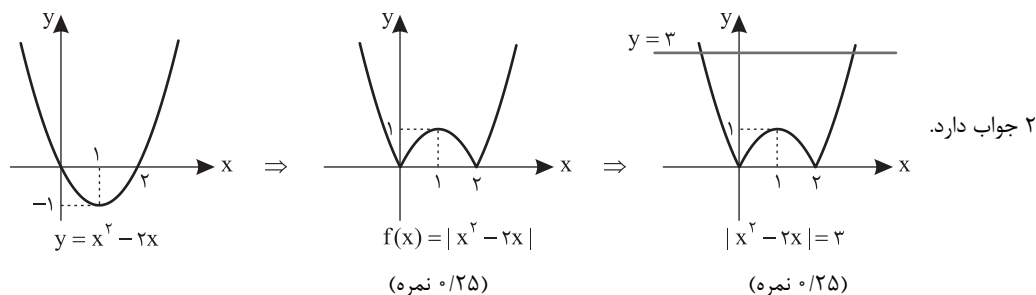
پاسخ سؤال ۷: (۲۵/۱ نمره)

$$y = x^2 - 2x$$

$$x_{\text{رأس}} = -\frac{-2}{2 \times 1} = 1$$

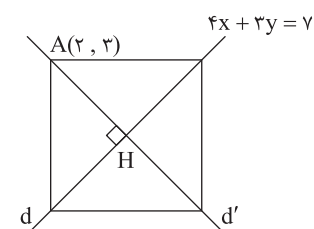
$$y_{\text{رأس}} = 1 - 2 = -1$$

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$



$$|x^2 - 2x| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \text{ (نمره ۰/۵)} \\ x^2 - 2x = -3 \Rightarrow x^2 - 2x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ ریشه ندارد. (نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۸)



$$m_d = -\frac{4}{3} \Rightarrow m_{d'} = \frac{3}{4} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \quad A(2, 3)$$

$$y - 3 = \frac{3}{4}(x - 2) \Rightarrow \frac{3}{4}x - \frac{3}{2} = y - 3 \Rightarrow \frac{3}{4}x - y = -\frac{3}{2} \Rightarrow 3x - 4y = -6 \Rightarrow 3x - 4y = -6 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$4x + 3y - 7 = 0 \quad A(2, 3)$$

$$AH = \frac{|4 + 9 - 7|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{6}{5} = \frac{6}{5} \Rightarrow \text{قطر مربع} = 4 \Rightarrow S_{\text{مربع}} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

عبارت $-1 + a - a^2 + a^3 - a^4 + a^5$ مجموع شش جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول -1 و قدرنسبت $q = -a$ است، پس داریم:

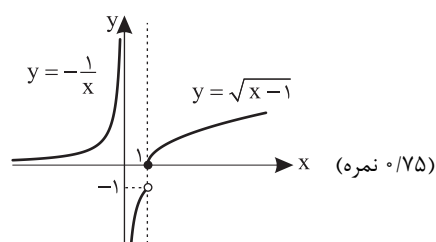
$$-1 + a - a^2 + a^3 - a^4 + a^5 = S_6 = \frac{-1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{-1(1 - (-a)^6)}{1 - (-a)} = \frac{-1(1 - a^6)}{1 + a} = \frac{a^6 - 1}{a + 1} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

خواسته سوال برابر است با:

$$\frac{a^6 - 1}{a + 1} = \frac{a^6 - 1}{-(a^6 - 1)(a + 1)} = \frac{-1}{a + 1} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)



$$R_f = (-\infty, -1) \cup [0, +\infty) \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۳)

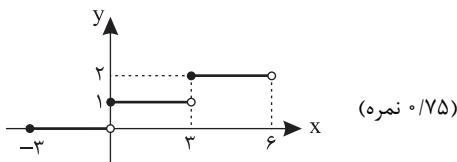


پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$y = \left[\frac{x}{3}\right] + 1$$

$$-3 \leq x < 6 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{3} < 2$$

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{3} < 0 \Rightarrow y = 0 & -3 \leq x < 0 \text{ (نمره } 0/25) \\ 0 \leq \frac{x}{3} < 1 \Rightarrow y = 1 & 0 \leq x < 3 \text{ (نمره } 0/25) \\ 1 \leq \frac{x}{3} < 2 \Rightarrow y = 2 & 3 \leq x < 6 \text{ (نمره } 0/25) \end{cases}$$

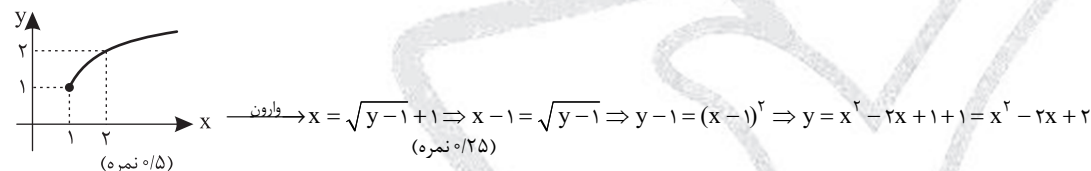


(حسابان یازدهم، صفحه ۵۱)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

نمودار تابع به صورت زیر است. هر خط افقی، نمودار را در بیشتر از یک نقطه قطع نمی کند، پس یک به یک است. البته یک به یک بودن را به صورت زیر نیز می توان اثبات کرد.

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt{x_1 - 1} + 1 = \sqrt{x_2 - 1} + 1 \Rightarrow \sqrt{x_1 - 1} = \sqrt{x_2 - 1} \Rightarrow x_1 - 1 = x_2 - 1 \Rightarrow x_1 = x_2$$



$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2x + 2 \quad D_{f^{-1}}: [1, +\infty)$$

(نمره ۰/۲۵)

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۲)

پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

ابتدا دامنه توابع f و g را به دست می آوریم:

$$f(x) = \frac{x-1}{3-x} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{3\} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$g(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_g = [1, +\infty) \text{ (نمره } 0/25)$$

حال دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف محاسبه می کنیم.

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} - \{3\} \mid f(x) \in [1, +\infty)\} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \neq 3 \mid f(x) \geq 1\} \text{ (نمره } 0/25)$$

نامعادله $f(x) \geq 1$ را حل می کنیم.

$$\frac{x-1}{3-x} \geq 1 \Rightarrow \frac{x-1}{3-x} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1-3+x}{3-x} \geq 0 \Rightarrow \frac{2x-4}{3-x} \geq 0 \text{ (نمره } 0/5)$$

$\frac{2x-4}{3-x}$

۲	۳
-	+

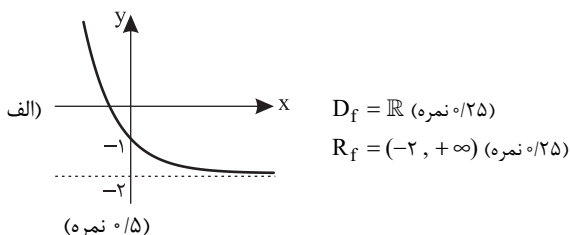
تن

$2 \leq x < 3$

$$D_{g \circ f} = [2, 3) \text{ (نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۸)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)



$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-4} < 5^{2x} \Rightarrow 5^{-2x+4} < 5^{2x} \Rightarrow -2x+4 < 2x \Rightarrow 4 < 4x \Rightarrow x > 1 \text{ (نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵)

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)