



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) نادرست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۸، ۳۱، ۴۱ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۲: (۲/۵ نمره)

(د) مرکز (۱، ۳) و شعاع $r = 3\sqrt{2}$ (۵/۰ نمره)(ج) $\mathbb{R} - \{-1, -2\}$ (۵/۰ نمره)(ب) -7 (۵/۰ نمره)(الف) $x = 3$ (۵/۰ نمره)

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۲۱، ۳۱، ۵۳ و ۶۹)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

اولین و آخرین عدد دورقمی که باقیمانده تقسیم آنها بر ۷ برابر ۳ است به ترتیب برابر ۱۰ و ۹۴ است.

۹۴، ۲۴، ۱۷، ۱۰، ... دنباله مورد نظر

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 94 = 10 + (n-1)7 \Rightarrow n = 13$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2}(a_1 + a_{13}) = \frac{13}{2}(10 + 94) = \frac{13}{2} \times 104 = 13 \times 52 = 676$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۴ و ۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

عبارت $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9$ مجموع ۱۰ جمله اول یک دنباله هندسی با $a_1 = 1$ و $q = 2$ است، پس:

$$a_1 = 1, q = 2, n = 10 \Rightarrow S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{1(1-2^{10})}{1-2} = 2^{10} - 1 = 1023$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

 $x = 2$ صفر تابع است، پس $f(2) = 0$ و داریم:

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a + 14 - 2 = 0 \Rightarrow 4a = -20 \Rightarrow a = -5$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x^2 + 7x - 2 & x - 2 \\ \hline -x^3 + 2x^2 & \\ \hline -3x^2 + 7x - 2 & \\ + 3x^2 - 6x & \\ \hline x - 2 & \\ -x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (x-2)(x^2 - 3x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x^2 - 3x + 1=0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$\frac{3x+2x+4}{x(x+2)} = \frac{4x-4}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow \frac{\Delta x + 4}{x} = \frac{4x-4}{x-2} \Rightarrow \Delta x^2 - 6x - 8 = 4x^2 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ غق} \\ x = 4 \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}-1) \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x}+1 \right) = 0 \Rightarrow \sqrt{x}-1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

توجه کنید که عبارت $\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x}+1$ همواره مثبت است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)



پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

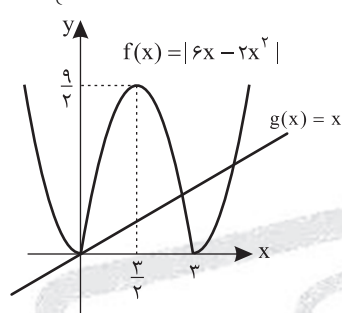
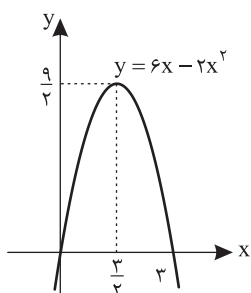
نمودار توابع $f(x) = |6x - 2x^2|$ و $g(x) = x$ را رسم می‌کنیم.

$$y = 6x - 2x^2 = -2x^2 + 6x$$

$$x_{\text{رأس}} = -\frac{6}{2(-2)} = \frac{3}{2}$$

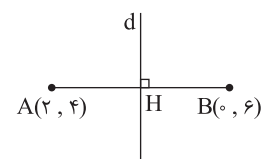
$$y_{\text{رأس}} = -2 \times \frac{9}{4} + \frac{18}{2} = -\frac{9}{2} + 9 = \frac{9}{2}$$

$$y = 0 \Rightarrow -2x^2 + 6x = 0 \Rightarrow -2x(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

نمودار توابع f و g ، در ۳ نقطه متقاطع‌اند، پس معادله، ۳ جواب دارد.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)



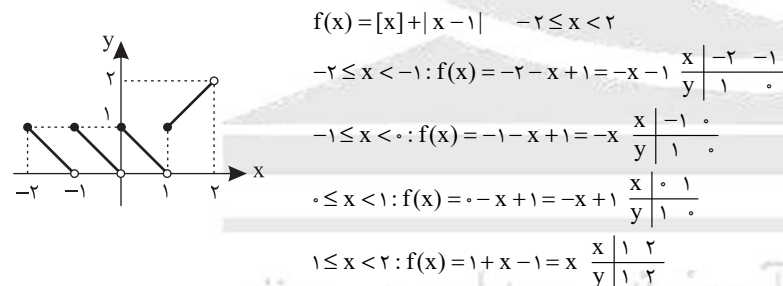
$$H = \frac{A+B}{2} \Rightarrow H\left(\frac{2+0}{2}, \frac{4+6}{2}\right) \Rightarrow H(1, 5)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-4}{0-2} = -1 \Rightarrow m_d = -\frac{1}{m_{AB}} = 1$$

$$y - 5 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x + 4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۱۰: (۵/۱ نمره)



$$f(x) = [x] + |x - 1| \quad -2 \leq x < 2$$

$$-2 \leq x < -1: f(x) = -2 - x + 1 = -x - 1 \quad \begin{matrix} x & -2 & -1 \\ y & 1 & 0 \end{matrix}$$

$$-1 \leq x < 0: f(x) = -1 - x + 1 = -x \quad \begin{matrix} x & -1 & 0 \\ y & 1 & 0 \end{matrix}$$

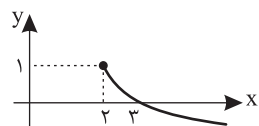
$$0 \leq x < 1: f(x) = 0 - x + 1 = -x + 1 \quad \begin{matrix} x & 0 & 1 \\ y & 1 & 0 \end{matrix}$$

$$1 \leq x < 2: f(x) = 1 + x - 1 = x \quad \begin{matrix} x & 1 & 2 \\ y & 1 & 2 \end{matrix}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۲)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

هر خط افقی، نمودار تابع را در بیشتر از یک نقطه قطع نمی‌کند، پس تابع، یک به یک است.



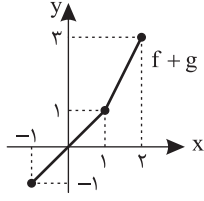
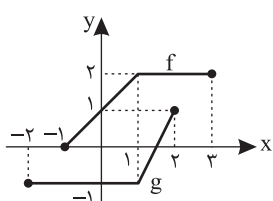
$$y = 1 - \sqrt{x - 2} : x \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 & y = 1 \\ x = 3 & y = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = y = 1 - \sqrt{x - 2} \Rightarrow \sqrt{x - 2} = 1 - y \Rightarrow x - 2 = (1 - y)^2$$

$$\Rightarrow x = (1 - y)^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = y = (1 - x)^2 + 2 \quad D_{f^{-1}} : x \leq 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)



$$D_f = [-1, 2], D_g = [-2, 2] \Rightarrow D_f \cap D_g = [-1, 2]$$

$$(f + g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 0 + (-1) = -1$$

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + (-1) = 1$$

$$(f + g)(2) = f(2) + g(2) = 2 + 1 = 3$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۶)



پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

دامنه توابع f و g را به دست می آوریم.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} : x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{4 - x^2} : 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_g = [-2, 2]$$

حال دامنه gof را با استفاده از تعریف به دست می آوریم.

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \mid f(x) \in [-2, 2]\}$$

$$D_{\text{gof}} = \{x \in \underbrace{(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)}_{(1)} \mid -2 \leq f(x) \leq 2\}$$

نامعادله $-2 \leq f(x) \leq 2$ را حل می کنیم.

$$-2 \leq \sqrt{x^2 - 1} \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} \geq -2 \\ \sqrt{x^2 - 1} \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{همواره برقرار است} \\ x^2 - 1 \leq 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 \leq 5 \Rightarrow |x| \leq \sqrt{5} \Rightarrow -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5} \quad (2)$$

اشتراک (۱) و (۲) را به دست می آوریم:

$$(1) \cap (2) : -\sqrt{5} \leq x \leq -1 \text{ یا } 1 \leq x \leq \sqrt{5}$$

$$D_{\text{gof}} = [-\sqrt{5}, -1] \cup [1, \sqrt{5}]$$

$$(\text{gof})(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x^2 - 1}) = \sqrt{4 - (\sqrt{x^2 - 1})^2} = \sqrt{4 - (x^2 - 1)} = \sqrt{5 - x^2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)

ابتدا $g^{-1}(4)$ را می یابیم:

$$g(x) = 4 \Rightarrow 3x - 2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$g(2) = 4 \Rightarrow g^{-1}(4) = 2$$

حال خواسته سؤال را به دست می آوریم:

$$f \circ g^{-1}(4) = f(g^{-1}(4)) = f(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۸ و ۶۹)

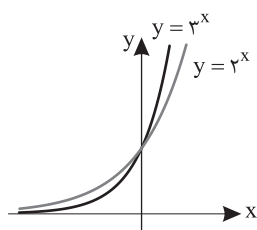
پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

$$(2^x)^{(2x-1)} > \frac{1}{2^{11}} \Rightarrow 2^{4x-2} > 2^{-11}$$

$$4x - 2 > -11 \Rightarrow 4x > -9 \Rightarrow x > -\frac{9}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱ نمره)



(حسابان یازدهم، صفحه ۷۶)