



## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{x} \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \{-1\}$$

الف) نادرست

$$D_f = D_g = (-\infty, 0) \quad f(x) = g(x) = \frac{1}{x}$$

ب) درست

$$q = 1: \text{دنباله هندسی}, d = 0: \text{دنباله حسابی}$$

ج) درست

د) درست

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۹)

## پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

ج) ۴ و ۱۰ (۵/۰ نمره)

ب) (۲, ۳) (۲۵/۰ نمره)

الف) ۸ (۲۵/۰ نمره)

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۷، ۵۶ و ۷۷)

## پاسخ سؤال ۳: (۲۵/۰ نمره)

گزینه (۲)

(حسابان یازدهم، صفحه ۴۸)

## پاسخ سؤال ۴: (۵/۱ نمره)

اعداد طبیعی مضرب ۷ به صورت  $7k$  هستند که  $k \in \mathbb{N}$  است.

$$100 \leq 7k \leq 999 \Rightarrow \frac{100}{7} \leq k \leq \frac{999}{7} \Rightarrow 14,28 \leq k \leq 142,71$$

$$k = 15, 16, \dots, 142 \Rightarrow \text{تعداد} : n = 142 - 15 + 1 = 128$$

$$15 \times 7, 16 \times 7, \dots, 142 \times 7 \Rightarrow 105, 112, \dots, 994$$

$$S_{128} = \frac{128}{2}(a_1 + a_{128}) = 64(105 + 994) = 70336$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶)

## پاسخ سؤال ۵: (۲۵/۱ نمره)

$$2x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{1}{2} \\ \alpha \cdot \beta = -2 \end{cases}$$

ریشه های جدید:  $\{2\alpha + 2, 2\beta + 2\}$ 

$$S_{\text{جدید}} = 2(\alpha + \beta) + 4 = 5, P_{\text{جدید}} = 4\alpha\beta + 4(\alpha + \beta) + 4 = -8 + 2 + 4 = -2$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 2 = 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹)

## پاسخ سؤال ۶: (۷۵/۱ نمره)

$$f(k) = 0 \Rightarrow 2k^2 - (2k + 1)k^2 + 16k - 8 = 0$$

$$\Rightarrow 2k^2 - 2k^3 - 16k^2 + 16k - 8 = 0 \Rightarrow -8(k^3 - 2k^2 + 2k - 1) = 0 \Rightarrow -8(k-1)^2 = 0 \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 10x^2 + 16x - 8 = (x-1)(g(x))$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 10x^2 + 16x - 8 & x-1 \\ \hline 2x^3 - 2x^2 & \\ \hline -8x^2 + 16x - 8 & \\ -8x^2 + 8x & \\ \hline 8x - 8 & \\ 8x - 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$-8x^2 + 16x - 8$$

$$-8x^2 + 8x$$

$$8x - 8$$

$$8x - 8$$

$$0$$

$$\Rightarrow g(x) = 2x^2 - 8x + 8 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x-2)^2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2(x-1)(x-2)^2 \Rightarrow \text{صفرهای تابع} : x = 1, x = 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۳)



## پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$\sqrt{3x+1} = 2 + \sqrt{x+3} \Rightarrow 3x+1 = 4 + x + 3 + 4\sqrt{x+3} \Rightarrow 4\sqrt{x+3} = 2x - 6 \Rightarrow 2\sqrt{x+3} = x - 3$$

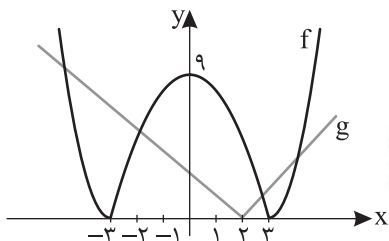
$$\frac{x-3}{2} \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow 4(x+3) = (x-3)^2$$

$$4x + 12 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 10x - 3 = 0 \text{ و } \Delta = 100 + 12 = 112 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{112}}{2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{28}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 + \sqrt{28} \checkmark \\ x = 5 - \sqrt{28} \text{ غق} \end{cases}$$

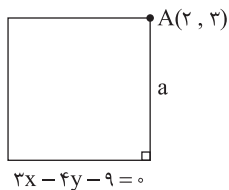
(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

## پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

تعداد جوابهای معادله  $|x^2 - 9| = |x - 2|$  برابر است با تعداد نقاط برخورد دو تابع  $f(x) = |x^2 - 9|$  و  $g(x) = |x - 2|$  که طبق شکل زیر این معادله ۴ جواب دارد.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۷)

## پاسخ سؤال ۹: (۷۵/۰ نمره)

مختصات نقطه  $A(2, 3)$  در خط  $3x - 4y = 9$  صدق نمی کند، پس با توجه به شکل فرضی مقابل، فاصله نقطه  $A$  تا خط داده شده، برابر با ضلع مربع است.

$$a = \frac{|3 \times 2 - 4 \times 3 - 9|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|6 - 12 - 9|}{\sqrt{25}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow S = a^2 = 3^2 = 9$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۴)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۵/۱ نمره)

نقطه  $M(\alpha, 2\alpha)$  را بر روی خط  $y = 2x$  در نظر می گیریم.

$$A(2, 4)$$

$$AM + OM = 5 \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (2\alpha - 4)^2} + \sqrt{\alpha^2 + (2\alpha)^2} = 5$$

$$\sqrt{(\alpha - 2)^2 + 4(\alpha - 2)^2} + \sqrt{5\alpha^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{5}|\alpha - 2| + \sqrt{5}|\alpha| = 5 \Rightarrow |\alpha - 2| + |\alpha| = \sqrt{5}$$

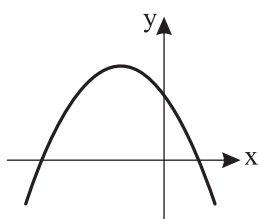
$$\alpha < 0: -\alpha + 2 - \alpha = \sqrt{5} \Rightarrow \alpha = \frac{2 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow M_1(\frac{2 - \sqrt{5}}{2}, 2 - \sqrt{5})$$

$$0 \leq \alpha \leq 2: -\alpha + 2 + \alpha = \sqrt{5} \Rightarrow 2 = \sqrt{5} \text{ غق}$$

$$\alpha > 2: \alpha - 2 + \alpha = \sqrt{5} \Rightarrow \alpha = \frac{\sqrt{5} + 2}{2} \Rightarrow M_2(\frac{\sqrt{5} + 2}{2}, 2 + \sqrt{5})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۰ نمره)



$$a < 0 \Rightarrow \text{سهمی رو به پایین}$$

$$c > 0 \Rightarrow \text{عرض از مبدأ سهمی}$$

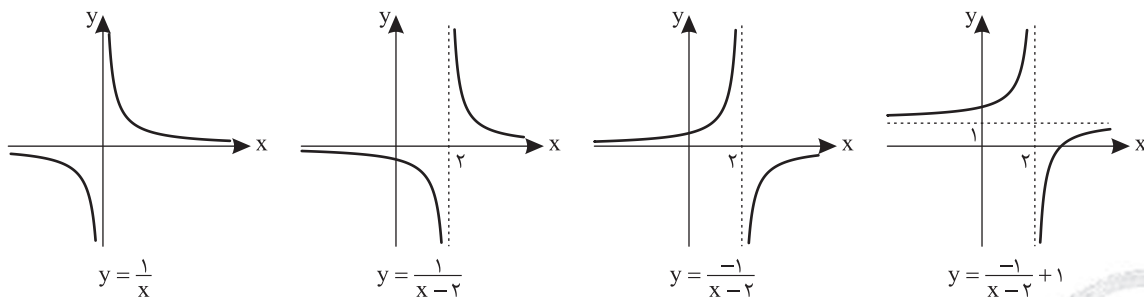
$$\text{طول رأس سهمی} = -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۲)



## پاسخ سؤال ۱۲: (۲/۵ نمره)

(الف)



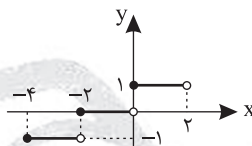
$$\text{ب) } y = \left[\frac{1}{x}\right] + 1, -4 \leq x < 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{x} < 1$$

$$-2 \leq \frac{1}{x} < -1 \Rightarrow y = -2 + 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow -4 \leq x < -2$$

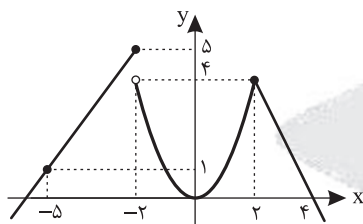
$$-1 \leq \frac{1}{x} < 0 \Rightarrow y = -1 + 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow -2 \leq x < 0$$

$$0 \leq \frac{1}{x} < 1 \Rightarrow y = 0 + 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 0 \leq x < 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۵ و ۵۲)



## پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)



(حسابان یازدهم، صفحه ۴۳)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

سهمی از منفی بی نهایت تا حداکثر طول رأس سهمی وارون پذیر است، پس بیشترین مقدار  $a$  همان طول رأس سهمی است.

$$y = x^2 - 4x + 1$$

$$a = x_{\text{رأس}} = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2$$

$$y = x^2 - 4x + 1, x \leq 2 \Rightarrow y + 3 = x^2 - 4x + 4$$

$$y + 3 = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y + 3} = |x - 2| \xrightarrow{x \leq 2} \sqrt{y + 3} = -x + 2 \Rightarrow x = 2 - \sqrt{y + 3} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x + 3}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۷۵ نمره)

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$g(x) = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow 4-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_g = [-2, 2]$$

$$\text{الف) } D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-2, 2] \mid \sqrt{4-x^2} \in \mathbb{R} - \{1\}\} = \{-2 \leq x \leq 2 \mid \sqrt{4-x^2} \neq 1\}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4-x^2} \neq 1 \Rightarrow 4-x^2 \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 3 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{3}$$

$$D_{f \circ g} = [-2, 2] - \{\pm\sqrt{3}\}$$

$$\text{ب) } D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\}, D_f \cap D_g = [-2, 2] - \{1\}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x+2}{x-1} = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = [-2, 2] - \{1, -2\} = (-2, 2] - \{1\}$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۶۹ و ۷۰)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۴ از ۴

باسمه تعالی

## پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

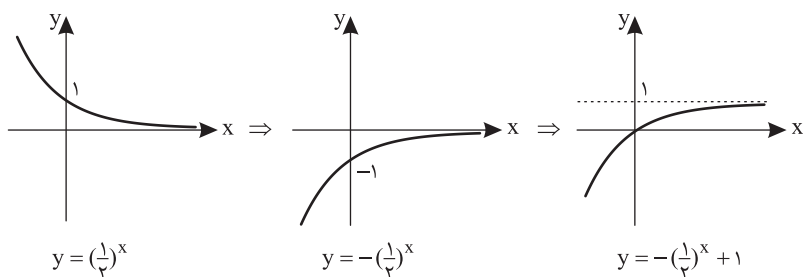
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

### پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۷۵ نمره)

(الف)



$$D_f = \mathbb{R}, R_f = (-\infty, 1)$$

(ب)

(ج) تابع  $f$  یک به یک است، زیرا هر خط موازی محور  $x$ ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۶)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر