



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$|x-2|=3 \Rightarrow x-2=\pm 3 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow -1+5=4$$

(الف) ۴

$$y-2x=3 \Rightarrow y=2x+3 \Rightarrow \text{شیب خط عمود} = 2 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{1}{2}$$

(ب) $-\frac{1}{2}$

$$x^2 - 10x + 23 = 0 \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1}{f} = \left\{ \left(2, \frac{1}{5} \right), \left(7, \frac{1}{3} \right), \left(-1, \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right\} \quad (\text{د})$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۸، ۹، ۱۱، ۳۵ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) نادرست ($x = -2$)

(ج) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۲۱، ۴۰، ۵۳ و ۶۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$a_1 = 2, d = 2 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow \frac{n}{2}(4 + (n-1)2) > 110 \Rightarrow \frac{n}{2}(2n+2) > 110 \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$n^2 + n - 110 > 0 \Rightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{1+440}}{2} = -11, 10 \quad \begin{array}{c} -11 \quad 10 \\ + \quad - \quad + \end{array} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n > 10 \Rightarrow n \text{ حداقل } = 11 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳ و ۴)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۲۵ نمره)

با توجه به مشخص بودن رأس سهمی، ضابطه سهمی به صورت زیر است:

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$

$$\begin{aligned} h: \text{طول رأس سهمی} & \Rightarrow \begin{cases} f(x) = a(x-2)^2 - 1 \\ f(0) = 1 \end{cases} \Rightarrow 4a - 1 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 25/0) \\ k: \text{عرض رأس سهمی} & \Rightarrow \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 1 = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \quad (\text{نمره } 25/0) \\ c = 1 \quad (\text{نمره } 25/0) \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۶ و ۱۱)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$x^2 - 4x - 2 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{1} = 4 \quad (\text{نمره } 25/0), P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله جدید را محاسبه می‌کنیم.

$$S_{\text{جدید}} = \alpha + 1 + \beta + 1 = \alpha + \beta + 2 = S + 2 = 4 + 2 = 6 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$P_{\text{جدید}} = (\alpha+1)(\beta+1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = P + S + 1 = -2 + 4 + 1 = 3 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

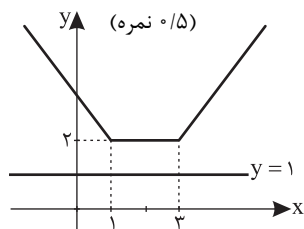
$$x^2 - Sx + P = 0 \quad (\text{نمره } 25/0) \Rightarrow x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵ نمره)

نمودار توابع $y=1$ و $y=|x-3|+|x-1|$ را رسم کرده و برخورد آنها را بررسی می‌کنیم.

$$y = |x-3| + |x-1|$$



(حسابان یازدهم، صفحه ۲۴)

$$|x-3| + |x-1| = 1 \Rightarrow y = |x-3| + |x-1| = \begin{cases} x-3+x-1=2x-4 & x \geq 3 \\ -x+3+x-1=2 & 1 < x < 3 \quad (\text{نمره } 5/0) \\ -x+3-x+1=-2x+4 & x \leq 1 \end{cases}$$

خط $y=1$ نمودار تابع $y=|x-3|+|x-1|$ را قطع نمی‌کند، پس معادله جواب ندارد. (نمره ۲۵/۰)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۷۵ نمره)

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{(x-1)} = 3 \xrightarrow{x \neq 1} 1 + 2(x-1) = 3(x-1)^2$$

(الف) (۲/۲۵ نمره)

$$(x-1) = t \Rightarrow 3t^2 - 2t - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow x-1=1 \Rightarrow x=2 \\ t=-\frac{1}{3} \Rightarrow x-1=-\frac{1}{3} \Rightarrow x=\frac{2}{3} \end{cases}$$

(ب) (۲/۲۵ نمره)

ب)

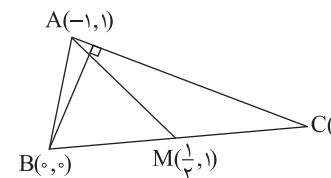
$$\left. \begin{aligned} x^2 - 9 &= \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \quad (1) \\ x^2 - 9 &\geq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (1) \cap (2) = \emptyset \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

(۲) $x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq 3 \cup x \leq -3$ (۲/۲۵ نمره)

معادله جواب ندارد.

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۷۵ نمره)



الف) $M(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}) \Rightarrow M(\frac{1}{2}, 1) \Rightarrow m_{AM} = \frac{0}{1/2} = 0 \Rightarrow y=1$ (۵/۲۵ نمره)

ب) $m_{AC} = \frac{2-1}{1+1} = \frac{1}{2}$ (۲/۲۵ نمره): معادله خط AC

$$y-1 = \frac{1}{2}(x+1) \Rightarrow y-1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

(۵/۲۵ نمره)

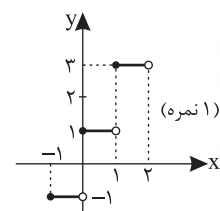
$$2y = x + 3 \Rightarrow 2y - x - 3 = 0$$

BH = $\frac{|2y - x - 3|}{\sqrt{4+1}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ (۲/۲۵ نمره)

(۲/۲۵ نمره)

(حسابان یازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۷۵ نمره)



$y = 2[x] + 1; -1 \leq x < 2$

$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = 2(-1) + 1 = -1$ (۲/۲۵ نمره)

$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 2 \times 0 + 1 = 1$ (۲/۲۵ نمره)

$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = 2 \times 1 + 1 = 3$ (۲/۲۵ نمره)

نمودار تابع به صورت مقابل است.

(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۹ و ۵۱)

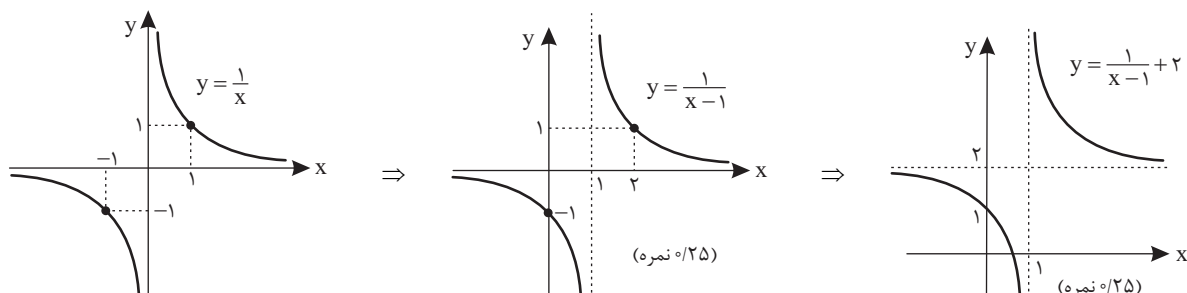
پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

(الف)

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y = \frac{1}{x-1} \Rightarrow y = \frac{1}{x-1} + 2$$

(۲/۲۵ نمره) (۲/۲۵ نمره)

(ب)



(حسابان یازدهم، صفحه های ۴۵ و ۵۲)



پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)

$$y = \sqrt{x-2} - 1$$

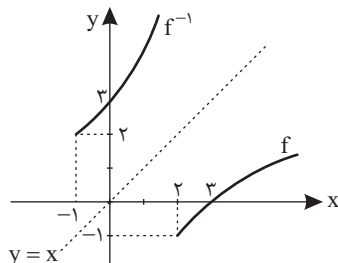
$$\text{الف) } y_1 = y_2 \Rightarrow \sqrt{x_1-2} - 1 = \sqrt{x_2-2} - 1 \Rightarrow \sqrt{x_1-2} = \sqrt{x_2-2} \Rightarrow x_1-2 = x_2-2 \Rightarrow x_1 = x_2 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$\text{ب) } y+1 = \sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 = (y+1)^2 \Rightarrow x = (y+1)^2 + 2$$

$$\begin{cases} f^{-1}(x) = (x+1)^2 + 2 \\ D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty) \end{cases} \text{ (نمره } \circ/۵)$$

$$\text{ج) } (2, -1) \in f \Rightarrow (-1, 2) \in f^{-1}$$

$$(2, 0) \in f \Rightarrow (0, 2) \in f^{-1}$$



(با رسم شکل نیز یک به یک بودن تابع را می توان نشان داد)

(نمره $\circ/۵$)

(حسابان یازدهم، صفحه های ۵۵، ۵۶ و ۶۲)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵ نمره)

اعمال جبری فقط در دامنه مشترک انجام می شود.

$$2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_g = [0, 2] \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$D_f \cap D_g = \{1, 2\} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$g(1) = 1, g(2) = 0 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$f = \{(2, 1), (1, -3), (-1, 2), (-3, 2), (4, -3)\}$$

$$f \times g = \{(2, 0), (1, -3)\} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$f - g = \{(2, 1), (1, -4)\} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۰)

پس مقدار تابع g را در دامنه مشترک با f به دست می آوریم.

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۷۵ نمره)

$$\text{الف) } D_g = (-\infty, \delta], D_f = \mathbb{R} - \{4\} \Rightarrow D_{f(g(x))} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ g} = (-\infty, \delta] - \{-1\} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$\begin{cases} \delta \geq x \\ \sqrt{\delta-x} \neq 4 \\ \delta-x \neq 16 \\ x \neq -1 \end{cases} \text{ (نمره } \circ/۵)$$

$$f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt{\delta-x}-4} \text{ (نمره } \circ/۵)$$

$$\text{ب) } g(f(\delta)) = g(1) = \sqrt{\delta-1} = 2 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

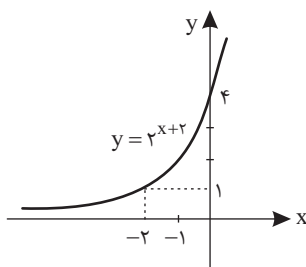
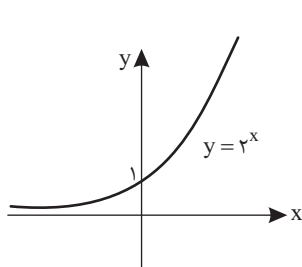
(حسابان یازدهم، صفحه ۶۹)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)

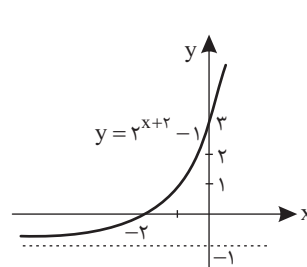
$$\text{الف) } ((2)^{\frac{1}{2}})^{x-2} < 2^{-2x} \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{1}{2}(x-1)} < 2^{-2x} \Rightarrow \frac{1}{2}x - 1 < -2x \Rightarrow \frac{5}{2}x < 1 \Rightarrow x < \frac{2}{5} \text{ (نمره } \circ/۵)$$

ب)



(نمره $\circ/۲۵$)



(نمره $\circ/۵$)

$$\text{ج) } \frac{a-1}{3} > 1 \Rightarrow a > 4 \text{ (نمره } \circ/۵)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۷۸)