

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت صبح	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu. ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (ص ۸) ب) درست (ص ۴۹) پ) درست (ص ۸۱) ت) نادرست (ص ۱۳۵) (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۱
۲	الف) $ x-3 =7$ یا $ 3-x =7$ (ص ۲۸) ب) (حذف) پ) چهارم (ص ۹۳) ت) $(-\infty, 3)$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۰/۷۵
۳	ص ۶) دنباله حسابی $a_n = 96$ (۰/۲۵) $d = 6$ (۰/۲۵) $96 \rightarrow d = 6$ و ۱۲ و ۱۸ و (هر مورد ۰/۲۵ نمره) $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \quad (۰/۲۵)$ یا $a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 96 = 12 + 6(n-1)$ $\rightarrow \frac{84}{6} = n-1 \rightarrow n-1 = 14 \rightarrow n = 15$ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{15}{2}(12 + 96)$ $= \frac{15}{2}(108) = 810$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(12) + 6(15-1)]$ $= \frac{15}{2}(108) = 810$ روش های دیگر: برای به دست آوردن n، به راه حل های زیر نیز نمره داده شود. ۱) نوشتن همه جملات و سپس شمارش تعداد آنها ۲) استفاده از روش $n = \left\lceil \frac{99}{6} \right\rceil - 1 = 15$	۱/۲۵
۴	$c < 0$ (منفی) (۰/۲۵) و $b > 0$ (مثبت) (۰/۲۵) (ص ۱۲)	۰/۵
۵	روش اول: $\sqrt{x+1} = x-5 \rightarrow x+1 = (x-5)^2 \rightarrow x+1 = x^2 - 10x + 25$ (۰/۲۵) $\rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \rightarrow (x-3)(x-8) = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 3 \text{ (غ ق ق)} \quad x = 8 \text{ (ق ق ق)} \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $\sqrt{x+1} = x-5 \xrightarrow{x-5=t} \sqrt{t+6} = t \rightarrow t^2 - t - 6 = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow t = -2 \text{ (غ ق ق)} \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow t = 3 \rightarrow x = t + 5 = 8$ (ص ۲۱)	۱
۶	$d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 4(-2) - 3(4) + 12 }{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} = \frac{ -8 }{\sqrt{25}} = \frac{8}{5} \quad (۰/۲۵)$ (ص ۳۴) توجه: اگر دانش آموز در فرمول اصلی از قدرمطلق استفاده نکند و بعد از تعیین مقدار، قدرمطلق را بکار گیرد. نمره داده شود. همچنین اگر در صورت کسر قدرمطلق را ننویسد و بقیه راه حل را صحیح انجام دهد. ۰/۲۵ نمره کسر گردد.	۰/۷۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت صبح	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu. ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$D_f = [-2, 2] \quad (0/25)$ $R_f = [0, \sqrt{2}] \quad (0/25)$ در صورتی که نمودار ایراد داشته باشد ولی دامنه و برد درست نوشته شده باشند، نمره دامنه و برد منظور شود.	۱/۲۵
۸	g یک به یک است. (توجه: اگر دانش آموز از بین $g(x)$ و $f(x)$ ، فقط وارون $g(x)$ را محاسبه کرده باشد نمره کامل داده شود.) $g(x) = x-1 + 2 \xrightarrow{x \geq 1} y = x-1+2 \rightarrow y = x+1 \rightarrow y-1 = x \rightarrow g^{-1}(x) = x-1$ $(1, 2) \in g \rightarrow (2, 1) \in g^{-1}$ $(2, 3) \in g \rightarrow (3, 2) \in g^{-1} \rightarrow y-1 = \frac{2-1}{3-2}(x-2) \rightarrow g^{-1}(x) = x-1$	۰/۷۵
۹	$D_f = (-\infty, 1]$ یا $x \leq 1$ (۰/۲۵) و $D_g = \mathbb{R}$ (۰/۲۵) $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3 \leq 1\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4 \leq 0\} = [-2, 2] \quad (0/25)$ توجه: در صورتی که در پاسخ، دامنه ی توابع g و f جداگانه نوشته نشده، اما در فرمول به طور صحیح بکار گرفته شوند، نمره داده شود.	۱/۷۵
۱۰	$m(t) = m_0 \times 2^{\frac{-t}{n}} \rightarrow m(t) = 128 \times 2^{\frac{-300}{10}} \rightarrow m(300) = 128 \times 2^{-30} = 2^7 \times 2^{-30} = 2^{-23} = \frac{1}{8}$ (ص ۷۶) و (ص ۹۰) روش دوم: ۳۰۰ سال معادل با ۱۰ نیمه عمر (۰/۲۵) می باشد. از این رو $\frac{128}{2^{10}} = \frac{1}{8}$ (۰/۵)	۰/۷۵
۱۱	$\log \sqrt{0.75} = \log \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{4} = \frac{1}{2} (\log 3 - \log 4) = \frac{1}{2} (\log 3 - 2 \log 2) = \frac{1}{2} (b - 2a) = \frac{1}{2} b - a \quad (90 \text{ ص})$ $\log \sqrt{0.75} = \frac{1}{2} \log \frac{75}{100} = \frac{1}{2} (\log 75 - \log 100) = \frac{1}{2} (\log 3 \times 5^2 - 2) = \frac{1}{2} (\log 3 + 2 \log 5 - 2)$ $= \frac{1}{2} (b + 2(1-a) - 2) = \frac{1}{2} (b - 2a) = \frac{1}{2} b - a$	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت صبح	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu. ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\log_r(x+7) - \log_r(x-2) = 2 \rightarrow \log_r\left(\frac{x+7}{x-2}\right) = 2 \rightarrow \frac{x+7}{x-2} = r^2 \rightarrow \frac{x+7}{x-2} = 4 \rightarrow x+7 = 4x-8 \rightarrow x = 5 \quad (0/25)$ روش دوم: $\log_r(x+7) - \log_r(x-2) = 2 \rightarrow \log_r(x+7) = 2 + \log_r(x-2)$ $\rightarrow \log_r(x+7) = \log_r 4(x-2) \rightarrow x+7 = 4x-8 \rightarrow x = 5 \quad (ص ۹۰)$	۱
۱۳	$\theta = 20^\circ \rightarrow \theta = \frac{\pi}{9} \quad (0/25), \quad l = r\theta = 3 \times \frac{\pi}{9} = \frac{\pi}{3} \text{ cm} \quad (0/5)$ روش دوم: $l = \frac{20}{360} \times 3 \times 2\pi = \frac{\pi}{3} \text{ cm} \quad (0/75)$ توجه: با توجه به تعریف اندازه کمان و طول کمان عنوان شده در هندسه ۲، در صورتی که دانش آموز فقط بنویسد اندازه کمان ۲۰ درجه یا $\frac{\pi}{9}$ رادیان است، نمره تعلق گیرد.	۰/۷۵
۱۴	الف) (ص ۱۰۴) $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ) = \underbrace{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(360^\circ - 60^\circ)}_{(0/25)} = \underbrace{-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(60^\circ)}_{(0/25)} = \underbrace{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}}_{(0/25)} = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ روش دوم قسمت الف: $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ) = \underbrace{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(360^\circ - 60^\circ)}_{(0/25)}$ $= \underbrace{\sin \pi \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos \pi \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(360^\circ) \cos(60^\circ) + \sin(360^\circ) \sin(60^\circ)}_{(0/25)} = \underbrace{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}}_{(0/25)} = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ روش سوم قسمت الف: $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ) = \underbrace{\sin(225^\circ)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(300^\circ)}_{(0/25)} = \sin(180^\circ + 45^\circ) + \cos(270^\circ + 30^\circ)$ $= \underbrace{-\sin(45^\circ)}_{(0/25)} + \underbrace{\sin(30^\circ)}_{(0/25)} = \underbrace{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}}_{(0/25)} = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ ب) (ص ۱۱۲) $\cos(15^\circ) = \underbrace{\cos(45^\circ - 30^\circ)}_{(0/25)} = \underbrace{\cos(45^\circ) \cos(30^\circ) + \sin(45^\circ) \sin(30^\circ)}_{(0/25)}$ $= \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}}_{(0/25)} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad (0/25)$	۲/۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت صبح	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

روش دوم:

$$\cos(15^\circ) = \sin(75^\circ) = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \underbrace{\sin(30^\circ)}_{(0/25)} \cos(45^\circ) + \underbrace{\cos(30^\circ)}_{(0/25)} \sin(45^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad (0/25)$$

روش سوم:

$$\cos(15^\circ) = \cos(60^\circ - 45^\circ) = \underbrace{\cos(60^\circ)}_{(0/25)} \cos(45^\circ) + \underbrace{\sin(60^\circ)}_{(0/25)} \sin(45^\circ)$$

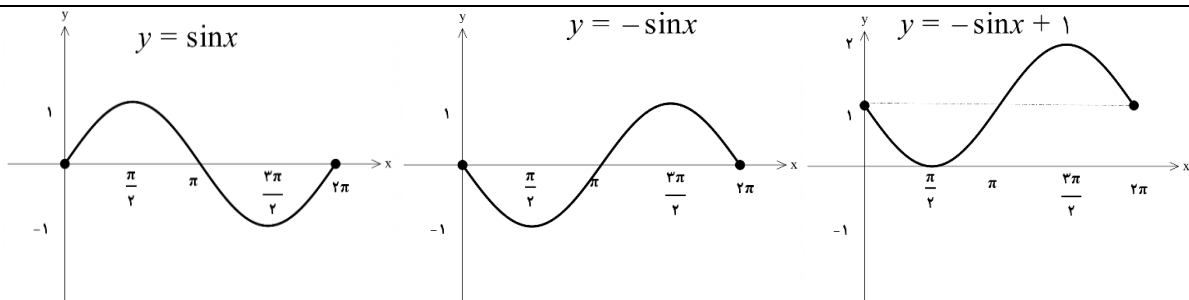
$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad (0/25)$$

روش چهارم:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \cos(30^\circ)}{2} \rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \quad (0/25)$$

$$\xrightarrow{\cos(15^\circ) > 0} \cos(15^\circ) = \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}} \quad (0/25)$$

۰/۷۵



هر نمودار (۰/۲۵)

توجه: در صورتی که تنها نمودار نهایی به درستی رسم شده باشد، نمره کامل تعلق گیرد.
(ص ۱۰۹)

۱۵

۱

(ص ۱۲۵ و (ص ۱۲۹)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} [f(x)] = 0 \quad (0/25) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 3 \quad (0/25) \quad , \quad f(2) = 2 \quad (0/25)$$

$$\rightarrow A = 0 + 2 + 3 = 5 \quad (0/25)$$

۱۶

۲

$$\lim_{x \rightarrow 3} 5 = 5 \quad (0/25) \quad \text{الف)}$$

(ص ۱۳۰)

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2[x] - 27}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x^2 - 27}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x^2 - 9)}{x - 3} = 3 \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = 18 \quad (0/25)$$

(ص ۱۴۴)

۱۷

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت صبح	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu. ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

$$\begin{aligned} \text{پ) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \underbrace{\frac{1 - \sin x}{\cos x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}}_{(0/25)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \underbrace{\frac{1 - \sin^2 x}{\cos x (1 + \sin x)}}_{(0/5)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\cos x (1 + \sin x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{0}{2} = 0 \quad (0/25) \end{aligned}$$

روش دوم قسمت پ:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \underbrace{\frac{(1 - \sin x) \cos x}{\cos^2 x}}_{(0/25)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \underbrace{\frac{(1 - \sin x) \cos x}{1 - \sin^2 x}}_{(0/5)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{0}{2} = 0 \quad (0/25)$$

روش سوم قسمت پ: تغییر متغیر $x - \frac{\pi}{2} = t$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \sin(\frac{\pi}{2} + t)}{\cos(\frac{\pi}{2} + t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{1 - \cos t}{-\sin t} \times \frac{1 + \cos t}{1 + \cos t}}_{(0/25)} = \lim_{t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{1 - \cos^2 t}{-\sin t (1 + \cos t)}}_{(0/25)} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{\sin^2 t}{-\sin t} \times \frac{1}{1 + \cos t}}_{(0/25)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{1 + \cos t} = 0 \quad (0/25) \end{aligned}$$

روش چهارم قسمت پ:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \sin(\frac{\pi}{2} + t)}{\cos(\frac{\pi}{2} + t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{1 - \cos t}{-\sin t}}_{(0/25)} = \lim_{t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{-\sin t}}_{(0/25)} = \lim_{t \rightarrow 0} \underbrace{\frac{2 \frac{\sin^2 \frac{t}{2}}{(\frac{t}{2})^2} \times (\frac{t}{2})^2}{-\frac{\sin t}{t} \times t}}_{(0/25)} = 0 \end{aligned}$$

روش پنجم قسمت پ:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2})^2}{(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2})(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0 \quad (0/25) \end{aligned}$$

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱	رشته: ریاضی و فیزیک	نوبت صبح	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu. ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

روش ششم قسمت پ:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \sin(\frac{\pi}{2} + t)}{\cos(\frac{\pi}{2} + t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{-\sin t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{-\sin t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{-2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{t}{2}}{-\cos \frac{t}{2}} = 0$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

(ص ۱۴۴)

همکار گرامی؛ لطفاً به راه حل های درست دیگر به تناسب نمره داده شود.

حد راست:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1}{(x - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

محاسبه حد راست راه حل های دیگر نیز دارد:

راه حل دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

راه حل سوم: تغییر متغیر $\sqrt{x} = t$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{t - 1}{t^2 - 1} = \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{1}{t + 1} = \frac{1}{2}$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 2a) = 1 - 2a \quad (۰/۲۵)$$

$$f(1) = b - 1 \quad (۰/۲۵)$$

$$\rightarrow \begin{cases} b - 1 = \frac{1}{2} \rightarrow b = \frac{3}{2} & (۰/۲۵) \\ 1 - 2a = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{4} & (۰/۲۵) \end{cases}$$

چون تابع f در $x = 1$ پیوسته است.

(ص ۱۵۱)

۲۰

جمع نمره

همکاران گرامی، خدا قوت، تمام موارد درخور اهمیت جهت نمره گذاری در راهنمای تصحیح نوشته شده است، خواهشمند است جهت رعایت عدالت آموزشی، اوراق دانش آموزان، صرفاً بر اساس راهنمای مذکور تصحیح و بازبینی شوند. با سپاس از مساعدت همکاران بزرگوار