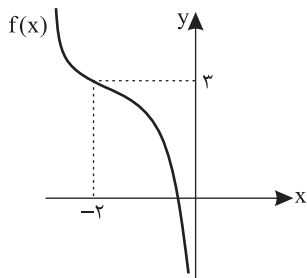




پاسخ سؤال ۱: (هرمورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) درست

(ب) نادرست، دوره تناوب این تابع $T = \frac{\pi}{\frac{1}{4}} = 4\pi$ است.

(ج) نادرست

$$f^{-1}(x) \in R_{f^{-1}} \text{ (همیشه برقرار است)}$$

 $\uparrow$

$$D_{f \circ f^{-1}} : \{x \mid x \in D_{f^{-1}} \wedge f^{-1}(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ f^{-1}} = R_f$$

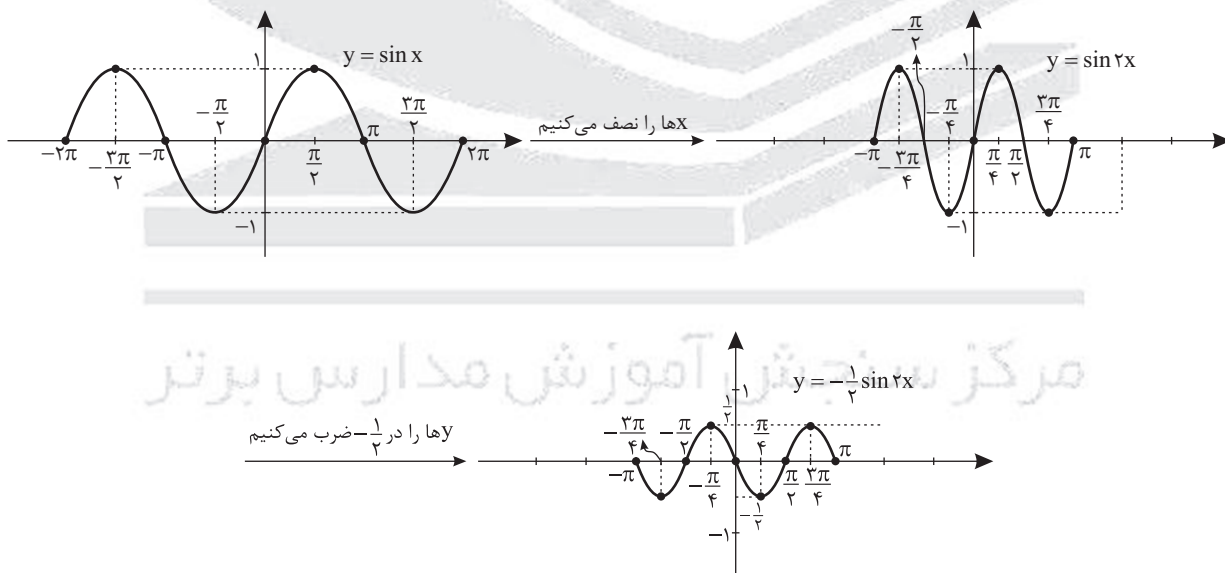
$$\downarrow$$

$$x \in R_f$$

(د) نادرست، تابع $f(x) = x$ همواره صعودی اکید است.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵، ۸، ۲۹ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۱۰، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 - 1 \Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$$

$$\xrightarrow[\text{محورهای مثبت}]{\text{واحد به طرف}} (x-2-1)^2 - 1 \xrightarrow[\text{محورهای منفی}]{\text{واحد به طرف}} (x-3)^2 - 4 \Rightarrow g(x) = (x-3)^2 - 4$$

در دو نقطه محور x ها را قطع می کند. $x_1 = 5$, $x_2 = 1$ $\Rightarrow |x-3| = 2 \Rightarrow x-3 = \pm 2 \Rightarrow x = 5$ و $x = 1$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۹)



پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

$$\begin{cases} 3x - 4 \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}\} \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow D_g = (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \\ D_{fog} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} \\ = \{x \mid x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty), \sqrt{x^2 - 1} \in \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}\}\} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - 1} &\neq \frac{4}{3} \\ x^2 - 1 &\neq \frac{16}{9} \\ x^2 &\neq \frac{25}{9} \\ x &\neq \pm \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$D_{fog} = (x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)) \cap (x \neq \pm \frac{5}{3})$$

$$\Rightarrow D_{fog} = ((-\infty, -1] \cup [1, \infty)) - \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\}$$

$$fog(x) = \frac{\frac{5}{3} - 2g(x)}{3g(x) - 4} = \frac{\frac{5}{3} - 2\sqrt{x^2 - 1}}{3\sqrt{x^2 - 1} - 4}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۲، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$\begin{aligned} f(x) = 5x - 4 \Rightarrow f(g(x)) = 5g(x) - 4 \Rightarrow 5g(x) - 4 = 5x^2 - 10x + 6 \\ \Rightarrow 5g(x) = 5x^2 - 10x + 10 \Rightarrow g(x) = \frac{5x^2 - 10x + 10}{5} \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 2 \end{aligned}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین های ۶ و ۷، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$(fog)^{-1}(\Delta) = a \Rightarrow (fog)(a) = \Delta \Rightarrow \frac{1}{\Delta} a^2 - 3 = \Delta \Rightarrow \frac{1}{\Delta} a^2 = \Delta + 3 \Rightarrow a = \Delta$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۷: (۵ نمره)

(الف)

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 4 \quad \max: |-\sqrt{3}| + 2 = 2 + \sqrt{3} \quad \min: -|-\sqrt{3}| + 2 = -\sqrt{3} + 2$$

(ب)

$$y = 1 + a \sin(b\pi x) \Rightarrow \min = -1 \Rightarrow -|a| + 1 = -1 \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{b > 0} \frac{2}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 3$$

(ج)

$$\cos 2x - \sin x = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{b=a+c} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \left\{ \begin{aligned} x &= 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x &= 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{جواب کلی: } x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

(د)

$$\cos x = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{رابطه اول}} \sin x = \frac{4}{5} \Rightarrow 2\cos 2x - \sin 2x = 2(\cos^2 x - \sin^2 x) - 2\sin x \cos x$$

$$\Rightarrow 2\cos 2x - \sin 2x = 2(\frac{9}{25} - \frac{16}{25}) - 2(\frac{4}{5})(\frac{3}{5}) = -\frac{38}{25}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۳۵، ۳۶، ۴۳ و ۴۸)



پاسخ سؤال ۸: (هر مورد ۷۵/۰ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+6)} = \frac{2 \times 12}{8} = 3$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{2x-1}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1}+1)}{2x-1-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1}+1)}{2(x-1)} = 3$

ج) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}{(x^2-1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{1}{-2 \times 3} = -\frac{1}{6}$

د) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-2}{x-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

ه) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-3}{(x+1)^2} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$

و) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3(3+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2})}{x^3(6-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2})} = \frac{3+0-0}{6-0+0} = \frac{1}{2}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۹: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) $+\infty$ ب) $1+1=2$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

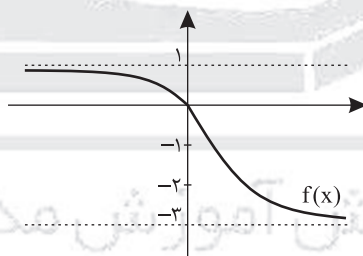
پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^{n-2}+x+2}{x^2+x^2-5} = 3 \Rightarrow n-2=3 \Rightarrow n=5, \quad \frac{a}{1} = 3 \Rightarrow a=3 \Rightarrow a+n=3+5=8$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۰ نمره)

یک جواب می تواند به این صورت باشد.



(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۵، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x+2-4}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)} = -3$$

$$f(-1) = 1+1+2 = 4$$

$$-3 \text{ شیب} \quad A \text{ نقطه} = (-1, 4) \xrightarrow{\text{معادله خط}} y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 4 = -3(x + 1) \Rightarrow y = -3x + 1$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۵)