



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

پاسخنامه درس: هندسه (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) دترمینان A (ب) ۲۷- (ج) دایره (د) ۲

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۳، ۳۰، ۳۹ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره}) \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$2A - B + 3I = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -5 \\ -1 & 7 & 0 \\ -1 & 4 & 10 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۷۵ نمره)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A^2 = mA + nI = \begin{bmatrix} 0 & -2m \\ m & -3m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & -2m \\ m & n-3m \end{bmatrix}$$

(۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره)

بنابراین:

$$\begin{cases} n = -2 & (۲۵/۰ \text{ نمره}) \\ m = -3 & (۲۵/۰ \text{ نمره}) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

فرض کنیم ماتریس های B و C هر دو وارون A باشند. ثابت می کنیم B = C

$$AB = BA = I \quad \text{طبق فرض}$$

$$AC = CA = I \quad \text{طبق فرض}$$

$$B = IB = (CA)B = C(AB) = CI = C$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$AB = B + I \xrightarrow{\text{از راست ضربدر } B^{-1}} A = I + B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۳ و ۲۵)

پاسخ سؤال ۶: (۰/۷۵ نمره)

$$\frac{k}{-2} \neq \frac{5}{4} \Rightarrow k \neq -\frac{5}{2} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

در ماتریس قطری، درایه های بالا و پایین قطر اصلی صفر هستند.

$$\begin{bmatrix} 4 & m \\ n & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3m & -8+2m \\ n-3 & -2n-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -8+2m=0 \Rightarrow m=4 \\ n-3=0 \Rightarrow n=3 \end{cases}$$

(۵/۰ نمره) (۵/۰ نمره)

بنابراین:

$$\begin{vmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & -m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{vmatrix} = (4)(3)(-4) = -48 \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۱)



پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$|A| = 24|A|^3 - 5|A| \Rightarrow 24|A|^3 - 6|A| = 0$$

(۵/۵ نمره)

$$\Rightarrow 6|A|(4|A|^2 - 1) = 0 \Rightarrow 6|A|(2|A| - 1)(2|A| + 1) = 0$$

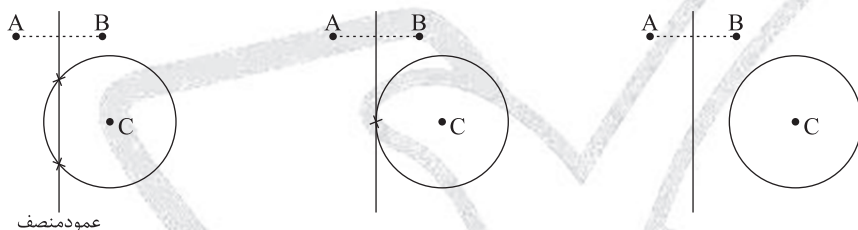
$$\Rightarrow |A| = 0 \text{ یا } |A| = \frac{1}{2} \text{ یا } |A| = -\frac{1}{2} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

$$|3A| = 9|A| = 0 \text{ یا } \frac{9}{2} \text{ یا } -\frac{9}{2} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۵)

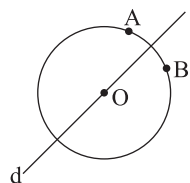
پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

در این مسئله باید ببینیم دایره، خط عمودمنصف را در چند نقطه قطع می کند که واضح است جواب صفر یا ۱ یا ۲ نقطه می تواند باشد.



(هندسه دوازدهم، صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

مرکز دایره روی خط d به معادله $y = 2x - 1$ قرار دارد؛ بنابراین مختصات مرکز به صورت $O(\alpha, 2\alpha - 1)$ است. (نمره ۵/۲۵)

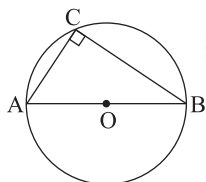
$$OA = OB = R \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (2\alpha - 3)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2} \Rightarrow \alpha = 0 \text{ (نمره ۵/۲۵)}$$

$$\begin{cases} O(0, -1) \\ R = \sqrt{1} \end{cases} \text{ (نمره ۵/۲۵)}$$

$$\text{معادله دایره: } (x - 0)^2 + (y + 1)^2 = 1 \text{ (نمره ۵/۲۵)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)



$$m_{AB} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\begin{aligned} m_{BC} &= \frac{2}{2} = 1 \\ m_{AC} &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned} \Rightarrow C = 90^\circ$$

$$(AB \text{ وسط } O) \Rightarrow O\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = (1, 1)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

$$O\left(\frac{2}{2}, \frac{-1}{2}\right), \quad R = \frac{1}{2}\sqrt{4+1} = \frac{1}{2}\sqrt{5}, \quad OH = \frac{\left|-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - k\right|}{\sqrt{1}} = \frac{|4-k|}{\sqrt{1}}$$

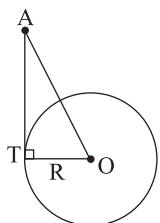
$$OH = R \Rightarrow \frac{|4-k|}{\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |4-k| = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} 4-k = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow k = 4 - \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 4-k = -\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow k = 4 + \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۳ و ۴۶)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

نقطه A خارج دایره واقع است. (۲۵/۰ نمره)



$$x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(0, -1) \\ R = \frac{1}{\sqrt{4+4}} = \sqrt{2} \quad (5/0 \text{ نمره}) \end{cases}$$

$$OA = \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{20} \quad (25/0 \text{ نمره})$$

$$\triangle OAT: AT^2 = OA^2 - OT^2 \quad (25/0 \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow AT^2 = 20 - 2 = 18$$

$$\Rightarrow AT = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad (25/0 \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۵ و ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

مختصات مراکز دو دایره و شعاع های آنها را پیدا می کنیم.

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \Rightarrow O = (2, 3) \\ R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 36 + 12}}{2} = \frac{7}{2} = 3.5 \quad (5/0 \text{ نمره}) \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 14y + 73 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' = (5, 7) \\ R' = \frac{\sqrt{100 + 196 - 292}}{2} = \frac{7}{2} = 3.5 \quad (5/0 \text{ نمره}) \end{cases}$$

$$OO' = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \quad (25/0 \text{ نمره})$$

 $OO' = R + R'$ است (۲۵/۰ نمره)، پس دو دایره مماس بیرونی هستند.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)