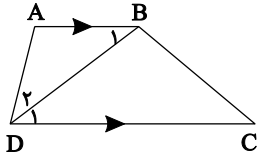


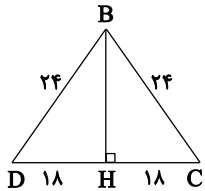


پاسخ سؤال ۱:



$$\left. \begin{array}{l} BD \text{ مورب } AB, CD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AB = AD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \\ BD = BC \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(نمره } \circ/5) \\ \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{D}_2 = \hat{C} \end{array} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow DC = 36 \text{ (نمره } \circ/5)$$



حال ارتفاع BH را محاسبه می‌کنیم. (نمره ۰/۵)

$$BH = \sqrt{24^2 - 18^2} = \sqrt{6^2(4^2 - 3^2)} = \sqrt{6^2 \times 7} = 6\sqrt{7}$$

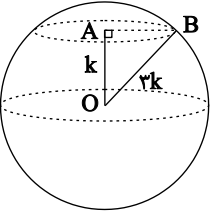
$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \times BH}{2} = \frac{(16 + 36) \times 6\sqrt{7}}{2} = 156\sqrt{7}$$

(مجموعه تمرینات، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۲:

مقطع حاصل دایره‌ای به شعاع AB است.

در مثلث قائم‌الزاویه OAB داریم:



$$OB^2 = OA^2 + AB^2 \Rightarrow 9k^2 = k^2 + AB^2 \Rightarrow AB^2 = 8k^2 \text{ (نمره } \circ/5)$$

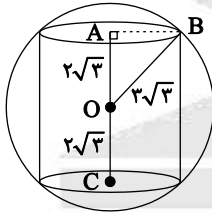
$$\frac{4}{5} = \frac{\pi \cdot 9k^2}{\pi \cdot 1k^2} = \frac{S_{\text{مساحت کره}}}{S_{\text{مقطع}}} \text{ (نمره } \circ/5)$$

پاسخ سؤال ۳:

الف) با توجه به شکل زیر، طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OAB (OB شعاع کره است).

$$(OB)^2 = (OA)^2 + (AB)^2 \Rightarrow (3\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{3})^2 + (AB)^2 \Rightarrow AB^2 = 15$$

$$\xrightarrow{\text{استوانه}} r = AB \Rightarrow \text{حجم استوانه} = \pi r^2 h = \pi \cdot 15 \cdot 4\sqrt{3} = 60\sqrt{3}\pi \text{ (نمره } \circ/5)$$



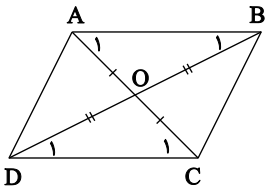
(نمره ۰/۲۵)

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (\sqrt{27})^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 27 \cdot \sqrt{3} = 108\sqrt{3}\pi \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$V_{\text{بین}} = 108\sqrt{3}\pi - 60\sqrt{3}\pi = 48\sqrt{3}\pi \text{ (نمره } \circ/25)$$

(مجموعه تمرینات، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۴:



$$\begin{array}{|l} \text{فرض} \\ \hline \text{حکم} \end{array} \left| \begin{array}{l} AB = CD, AB \parallel CD \\ OA = OC, OB = OD \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{فرض مسئله} \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \text{ (} AB \parallel CD, AC \text{ مورب)} \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \text{ (} AB \parallel CD, BD \text{ مورب)} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{قضیه}} \triangle AOB \cong \triangle COD \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} OA = OC \\ OB = OD \end{array} \right. \text{ (نمره } \circ/25)$$

پاسخ سؤال ۵:

با توجه به روابط طولی در دایره داریم:

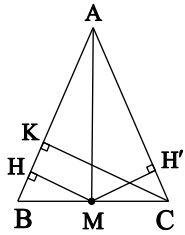
$$AE \times EB = CE \times DE \Rightarrow (x+1) \times (x+2) = (x+6) \times (x) \Rightarrow x^2 + 3x + x + 2 = x^2 + 6x \text{ (نمره } \circ/5)$$

$$4x + 2 = 6x \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1 \text{ (نمره } \circ/5)$$



پاسخ سؤال ۶:

از رأس A به نقطه M وصل می کنیم تا دو مثلث ایجاد شود.



$$S_{\triangle ABM} + S_{\triangle ACM} = S_{\triangle ABC}$$

$$\frac{1}{2} AB \times MH + \frac{1}{2} AC \times MH' = \frac{1}{2} AB \times CK \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\frac{1}{2} AB (MH + MH') = \frac{1}{2} AB \times CK$$

$$MH + MH' = CK \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

پاسخ سؤال ۷:

$$r_1 = 3 \Rightarrow S_1 = 4\pi r^2 = 4\pi(3)^2 = 36\pi \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$r_2 = 4 \Rightarrow S_2 = 4\pi r^2 = 4\pi(4)^2 = 64\pi$$

$$S = S_1 + S_2 = 36\pi + 64\pi = 100\pi \Rightarrow 4\pi R^2 = 100\pi \Rightarrow R^2 = \frac{100}{4} = 25 \Rightarrow R = 5 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

شعاع کره بزرگ تر، ۵ می باشد.

پاسخ سؤال ۸:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad S = 4\pi r^2 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$V = S \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2 \Rightarrow \frac{r^3}{3} = r^2 \Rightarrow r^3 = 3r^2 \Rightarrow r^3 - 3r^2 = 0 \Rightarrow r^2(r - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = 0 & \text{غ ق ق} \\ r = 3 & \text{ق ق ق} \end{cases} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

اگر شعاع کره برابر ۳ باشد، مساحت و حجم کره برابر می شوند.