



گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): خانم احمدی کیا - خانم پاکروان - خانم حیدرزاده - آقای غلامی - خانم قطبی - آقای قلبی - آقای مویدی

پاسخ سؤال ۱:

$$\text{ب) } TT' = 2\sqrt{5 \times 15} = 10\sqrt{3} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

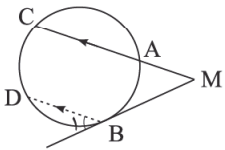
الف) متقاطع اند (نمره ۰/۲۵)

$$\text{د) نقطه ثابت تبدیل (نمره } 0/25)$$

ج) عمود منصف (نمره ۰/۲۵)

پاسخ سؤال ۲:

راه حل اول: از B خطی موازی AC رسم می کنیم:

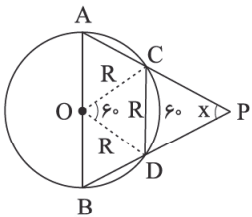


$$\begin{cases} AC \parallel BD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \quad (1) \quad (\text{نمره } 0/25) \\ MC \parallel BD, \text{ مورب } MB \Rightarrow \hat{M} = \hat{B}_1 \quad (2) \quad (\text{نمره } 0/25) \xrightarrow{(1), (2), (3)} \hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2} \quad (\text{نمره } 0/25) \\ \text{ظلی } \hat{B}_1 = \frac{\widehat{BD} - \widehat{BC} - \widehat{CD}}{2} \quad (3) \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

راه حل دوم: می توان از B به C وصل کرد و از تعریف زاویه خارجی مثلث MBC رابطه را اثبات کرد.

پاسخ سؤال ۳:

الف)



$$\hat{P} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} \Rightarrow x = 60^\circ \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$x^2 = \lambda(\lambda + 2y) \Rightarrow x^2 = \lambda(\lambda + 12) \Rightarrow x = 4\sqrt{10} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$y \times y = 9 \times 4 \Rightarrow y^2 = 36 \Rightarrow y = 6 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

ب)

پاسخ سؤال ۴:

شعاع دایره بزرگ تر:

R' شعاع دایره کوچک تر: (نمره ۰/۲۵)

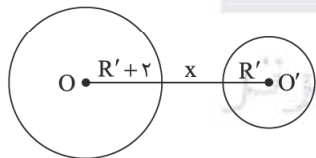
$$OM \cdot OB = ON \cdot ON' \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow (R - 4) \cdot R = (R - 5)(R - 5)$$

$$R^2 - 4R = R^2 - 10R + 25 \Rightarrow R = \frac{25}{6} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$2R' = 2R - AM \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow 2R' = 2\left(\frac{25}{6}\right) - 4 \Rightarrow R' = \frac{17}{6} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

پاسخ سؤال ۵:

الف)



$$TT'^2 = d^2 - (R - R')^2 \xrightarrow{R=R'+2} (4\sqrt{6})^2 = d^2 - 4 \Rightarrow d^2 = 100 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$LL' = d^2 - (R + R')^2 \xrightarrow{R=R'+2} 6^2 = 100 - (2R' + 2)^2 \Rightarrow \begin{cases} R' = 3 \quad (\text{نمره } 0/25) \\ R' = 5 \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = R' + R' + 2 + x \\ 100 = 3 + 5 + x \end{cases} \Rightarrow x = 2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

ب)

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R + R'}{d} \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3 + 5}{d} \Rightarrow d = 16 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow TT' = \sqrt{16^2 - 4} \Rightarrow TT' = 6\sqrt{7} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

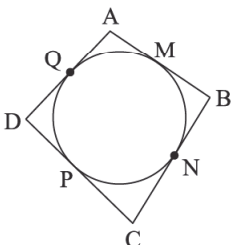
پاسخ سؤال ۶:

فرض: ABCD محیطی

حکم: AB + DC = AD + BC

$$AB + DC = AM + MB + DP + PC \quad (\text{نمره } 0/25) = \underline{AQ} + \underline{BN} + \underline{DQ} + \underline{CN} \quad (\text{نمره } 0/25) = AD + BC \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵)





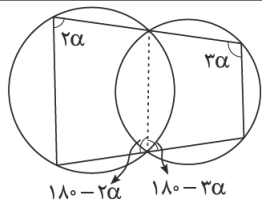
پاسخ سؤال ۷:

فرض می‌کنیم اندازه هر زاویه n ضلعی منتظم، 2α باشد. عمود منصف‌های دو ضلع AB و BC را رسم کرده و در O متقاطع هستند. در نتیجه $OA = \dots = OC$

پس در مثلث OAB و OBC به حالت سه ضلع همنهشت هستند. در نتیجه: $\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{C}_1 = \alpha$ (نمره ۵/۵)

حال از D به O وصل کرده و چون $C_2 = \alpha$ ، در نتیجه $\triangle OCD \cong \triangle OCB$

$OA = OB = OC = OD = \dots \Rightarrow O$ از تمام رئوس به یک فاصله است
 O مرکز دایره‌ای است که از تمام رأس‌های آن n ضلعی منتظم می‌گذرد. (n ضلعی محاطی) (نمره ۵/۵)
 $OH = ON = OM = \dots \Rightarrow$ (n ضلعی منتظم محیطی است. (نمره ۵/۵)



(نمره ۵/۲۵)

$$(180 - 2\alpha) + (180 - 3\alpha) = 180 \quad (\text{نمره } 5/25)$$

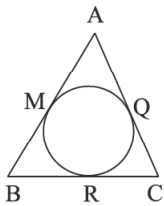
$$180 - 5\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 36^\circ \quad (\text{نمره } 5/25)$$

پاسخ سؤال ۸:

(هر کدام از چهار ضلعی‌ها محاطی است.)

پاسخ سؤال ۹:

(الف)



$$2p = AB + AC + BC \quad (\text{نمره } 5/25) \quad (\text{محیط مثلث})$$

$$2p = (AM + MB) + (AQ + QC) + BC \quad (\text{نمره } 5/25)$$

$$2p = 2AQ + \frac{BR + CR}{BC} + BC \quad (\text{نمره } 5/25)$$

$$2p = 2AQ + 2BC \Rightarrow p = AQ + BC \Rightarrow AM = p - BC \quad (\text{نمره } 5/25)$$

$$2p = 20 \Rightarrow p = 10 \quad (\text{نمره } 5/25) \quad AQ = AM = p - BC = 10 - 8 = 2 \quad (\text{نمره } 5/25)$$

(ب)

پاسخ سؤال ۱۰:

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \times OB \times \sin \hat{O} \quad (\text{نمره } 5/25) = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \quad (\text{نمره } 5/25)$$

$$\frac{S_{\triangle OAB}}{\pi r^2} = \frac{\hat{O}}{360^\circ} \quad (\text{نمره } 5/25) \Rightarrow \frac{S_{\triangle OAB}}{16\pi} = \frac{1}{6} \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{8\pi}{3} \quad (\text{نمره } 5/25)$$

$$S_{\text{هائورزده}} = S_{\triangle OAB} - S_{\triangle OAB} \quad (\text{نمره } 5/25) = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} = 4\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right) \quad (\text{نمره } 5/25)$$

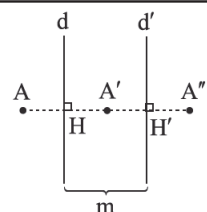
پاسخ سؤال ۱۱:

پنج ضلعی منتظم (نمره ۵/۵)

پاسخ سؤال ۱۲:

(الف) درست (نمره ۵/۲۵) (ب) درست (نمره ۵/۲۵) (ج) نادرست (نمره ۵/۲۵) (د) درست (نمره ۵/۲۵)

پاسخ سؤال ۱۳:



$$AA'' = AH + HA' + A'H'' + H''A'' \quad (\text{نمره } 5/25)$$

$$AA'' = 2A'H + 2A'H'' = 2(A'H + A'H'') \quad (\text{نمره } 5/25) \Rightarrow AA'' = 2m$$

$$\begin{cases} AH = A'H \\ A'H'' = A''H'' \end{cases} \quad (\text{نمره } 5/25) \quad \text{خواص بازتاب}$$

تصویر A ، نقطه A'' است با بردار انتقالی به طول $2m$ (نمره ۵/۲۵)



پاسخ سؤال ۱۴:

$$\begin{cases} AB = OA + OB \\ A'B' = OA' + OB' \end{cases} \xrightarrow[\substack{OA=OA' \\ OB=OB'}]{\substack{OA=OA' \\ OB=OB'}} AB = A'B' \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

(الف)

$$\begin{cases} AB = OA - OB \\ A'B' = OA' - OB' \end{cases} \xrightarrow[\substack{OA=OA' \\ OB=OB'}]{\substack{OA=OA' \\ OB=OB'}} AB = A'B' \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

(ب)

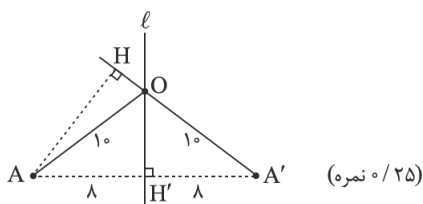
پاسخ سؤال ۱۵:

$$OA = OA' = ۱۰ \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\Delta OAH : OH'^2 = OA^2 - AH'^2 \Rightarrow OH' = ۶ \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$S_{\Delta OAA'} = \frac{1}{2} OH' \times AA' \Rightarrow S_{\Delta OAA'} = \frac{1}{2} \times ۶ \times ۱۶ = ۴۸ \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$S_{\Delta OAA'} = \frac{1}{2} AH \times OA' \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad \text{از طرف دیگر: } ۴۸ = \frac{1}{2} AH \times ۱۰ \Rightarrow AH = ۹/۶ \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$



پاسخ سؤال ۱۶:

$$A \begin{vmatrix} ۱ \\ ۴ \end{vmatrix} \quad A' \begin{vmatrix} -۵ \\ ۴ \end{vmatrix} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$B \begin{vmatrix} ۳ \\ -۲ \end{vmatrix} \quad B' \begin{vmatrix} -۷ \\ -۲ \end{vmatrix} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$C \begin{vmatrix} ۵ \\ ۱ \end{vmatrix} \quad C' \begin{vmatrix} -۹ \\ ۱ \end{vmatrix} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

