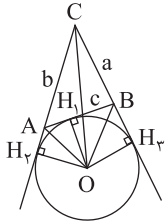




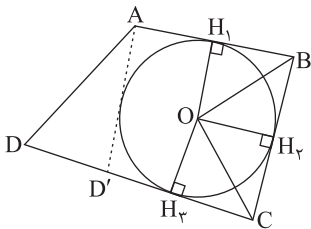
گروه طراحی و بازنگری: فراز قلبی

پاسخ سؤال ۱:



$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle COA} + S_{\triangle COB} - S_{\triangle AOB} \\ &= \frac{1}{2} OH_r \cdot CA + \frac{1}{2} OH_r \cdot CB - \frac{1}{2} OH_a \cdot AB \\ &= \frac{1}{2} r_c \cdot b + \frac{1}{2} r_c \cdot a - \frac{1}{2} r_c \cdot c = \frac{1}{2} r_c (a + b - c) = \frac{1}{2} r_c (a + b + c - 2c) = \frac{1}{2} r_c (2p - 2c) \\ &\Rightarrow S = r_c (p - c) \Rightarrow r_c = \frac{S}{p - c} \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۲:

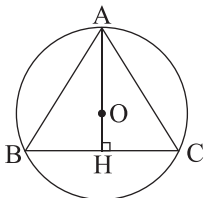


نیمسازهای $\hat{C}$ و $\hat{B}$ را رسم کرده تا یکدیگر را در O قطع کنند، داریم: $OH_a = OH_b = OH_c$.
دایره $C(O, R)$ را به مرکز O و شعاع OH_a رسم می‌کنیم، این دایره بر AB و BC و CD مماس است. فرض خلف می‌کنیم که این دایره بر AD مماس نباشد، از A مماس AD' را بر دایره رسم می‌کنیم. داریم:

$$\begin{cases} AB + DC = BC + AD; \text{ فرض} \\ AB + D'C = BC + AD'; \text{ محاطی است: } ABCD \end{cases} \Rightarrow DC - D'C = AD - AD' \Rightarrow AD' + DD' = AD$$

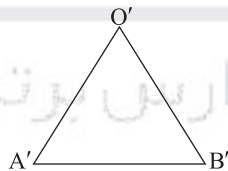
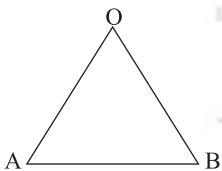
که با قضیه حمار در تناقض است، پس ABCD محیطی است.

پاسخ سؤال ۳:



$$\begin{aligned} \text{I) } AC = a &\Rightarrow HC = \frac{a}{2} \\ \text{II) } AO = 2OH &\Rightarrow AH = AO + OH = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2} \\ \text{III) } \triangle AHC : a^2 &= \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3a^2}{4} = \frac{a^2}{4} + \frac{9a^2}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{12 \times 2}{3} = \frac{24 \times \sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3} \\ \text{IV) } S &= \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{3a}{2} \times 8\sqrt{3} = 6a\sqrt{3} \end{aligned}$$

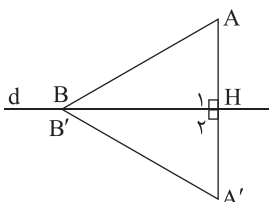
پاسخ سؤال ۴:



الف) تبدیلی است که طول پاره‌خط را حفظ می‌کند.
ب) فرض کنیم که زاویه $\hat{AOB}$ تحت تبدیل طولیای T تبدیل به زاویه $\hat{A'O'B'}$ شده است.

$$\begin{cases} AO = A'O' \\ BO = B'O' \\ AB = A'B' \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AOB \cong \triangle A'O'B' \Rightarrow \begin{cases} \hat{AOB} = \hat{A'O'B'} \\ A = A' \\ B = B' \end{cases}$$

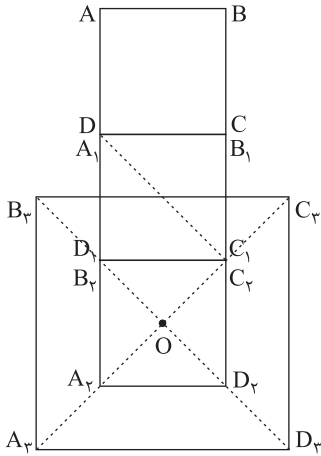
پاسخ سؤال ۵:



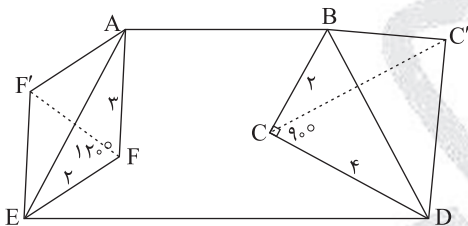
$$\begin{cases} AH = A'H \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_r \\ BH = B'H \end{cases} \Rightarrow \triangle ABH \cong \triangle A'B'H \Rightarrow AB = A'B'$$



پاسخ سؤال ۶:



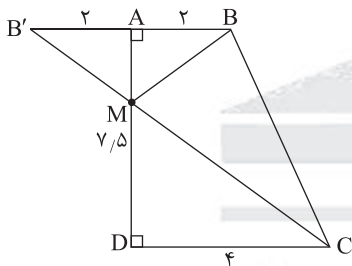
پاسخ سؤال ۷:



الف) بازتاب C را نسبت به BD به دست آورده و آن را C' می‌نامیم. بازتاب F را نسبت به AE به دست آورده و آن را F' می‌نامیم. شش ضلعی ABC'DEF' مورد نظر است.

$$S = S_{BCDC'} + S_{AFEF'} = 2S_{\triangle BCD} + 2S_{\triangle AEF} \\ = 2 \times 4 \times \sin 90^\circ + 2 \times 2 \times \sin 120^\circ = 8 + 2\sqrt{3}$$

پاسخ سؤال ۸:



$$I) \triangle ABM \sim \triangle DCM \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{AB}{DC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} AM = K \\ MD = 2K \end{cases} \Rightarrow AM + MD = AD$$

$$\Rightarrow K + 2K = 7/5 \Rightarrow K = 7/15 \Rightarrow \begin{cases} AM = 7/15 \\ MD = 14/15 \end{cases}$$

$$II) S_{\triangle BMC} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ABM} + S_{\triangle DCM}) = \frac{1}{2}(AD)(AB + DC) - \left(\frac{1}{2} \times AB \times AM + \frac{1}{2} \times DC \times DM\right)$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BMC} = \left(\frac{1}{2}\right)(7/5)(6) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 7/15 + \frac{1}{2} \times 4 \times 14/15\right) = 21/5 - (7/15 + 14/15) = 10/15 = 2/3$$