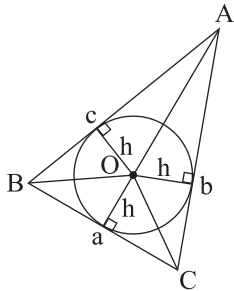




پاسخ سؤال ۱:

الف) چندضلعی را محاطی می‌گوییم اگر و فقط اگر دایره‌ای باشد که از همه رئوس آن بگذرد. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)
 ب) تبدیل T در صفحه P، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P، دقیقاً یک نقطه مانند A' را از همان صفحه نظیر می‌کند و برعکس؛ هر نقطه A' از صفحه P، تصویر دقیقاً یک نقطه A از همان صفحه است. (هر مورد ۰/۱۲۵ نمره)

پاسخ سؤال ۲:



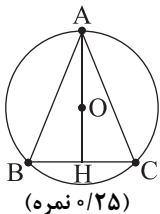
$$I) S = S_{AOB} + S_{AOC} + S_{BOC} = \frac{1}{2}hc + \frac{1}{2}hb + \frac{1}{2}ha \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

$$II) h = r$$

$$III) S = \frac{1}{2}h(a+b+c) = \frac{1}{2}r(2P) = rP \quad (۰/۵ \text{ نمره})$$

$$IV) r = \frac{S}{P}$$

پاسخ سؤال ۳:

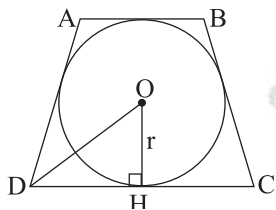


$$I) AO = R = \frac{2}{3}AH \Rightarrow AH = \frac{3}{2}R \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

$$II) AB = AC = BC = a \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow \frac{3}{2}R = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = \frac{3R}{\sqrt{3}} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

$$III) S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{9R^2}{3} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{4} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

پاسخ سؤال ۴:



(۰/۱۲۵ نمره)

مرکز دایره محیطی نقطه تلاقی نیمسازهای زاویه‌ها است پس: (۰/۱۲۵ نمره)

$$\angle ODH = 30^\circ \Rightarrow OD = r \quad \angle ODH = 30^\circ \Rightarrow OD = r$$

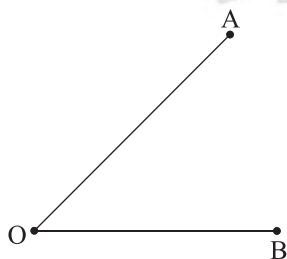
$$\Rightarrow DH = \sqrt{OD^2 - OH^2} = \sqrt{r^2 - r^2} = \sqrt{3}r \quad (۰/۱۲۵ \text{ نمره})$$

به همین ترتیب به دست می‌آید که $CH = \sqrt{3}r$ (۰/۱۲۵ نمره)

$$DC = \sqrt{3}r + \sqrt{3}r = 2\sqrt{3}r \quad (۰/۱۲۵ \text{ نمره})$$

پاسخ سؤال ۵:

زاویه AOB را در نظر می‌گیریم که تحت تبدیل طولی T به زاویه A'O'B' تبدیل شده است.



$$T(O) = O', T(A) = A', T(B) = B' \quad (۰/۱۲۵ \text{ نمره})$$

از آنجا که T طولی است، پس: (۰/۲۵ نمره)

$$\begin{cases} OA = O'A' \\ OB = O'B' \\ AB = A'B' \end{cases} \quad (۰/۲۵ \text{ نمره})$$

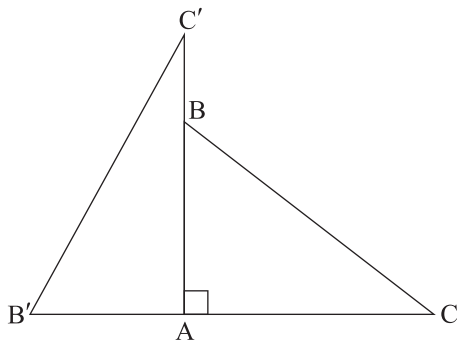
پس دو مثلث AOB و A'O'B' به حالت سه ضلع هم‌نهشت یکدیگر هستند، پس اجزاء متناظر آنها برابر است پس: (۰/۲۵ نمره)

$$\angle AOB = \angle A'O'B' \quad (۰/۱۲۵ \text{ نمره})$$



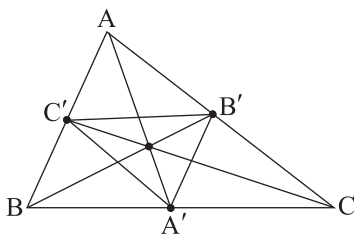
پاسخ سؤال ۶:

(الف)



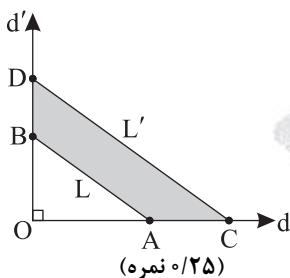
$$\begin{aligned} T(A) &= A \\ T(B) &= B' \\ T(C) &= C' \end{aligned}$$

(ب)



$$\begin{aligned} T(A) &= A' \\ T(B) &= B' \\ T(C) &= C' \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۷:

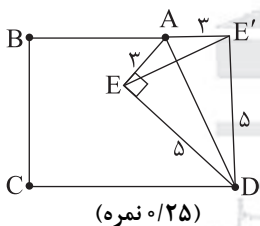


$$\left. \begin{aligned} OC &= 2OA = 4 \\ OD &= 2OB = 2 \end{aligned} \right\} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle OCD} - S_{\triangle OAB} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 4 - 1 = 3 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

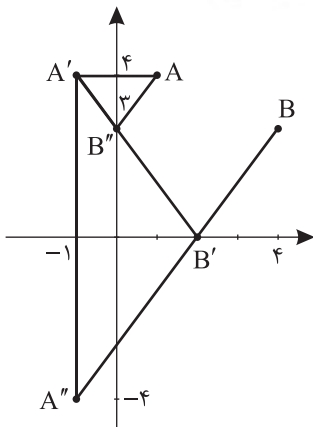
پاسخ سؤال ۸:



از A به D وصل کرده و بازتاب E را نسبت به AD به دست آورده و آن را E' می‌نامیم. $ABCDE'$ چند ضلعی مطلوب است و مقدار افزایش مساحت عبارت است از مساحت $AEDE'$: (هر مورد ۱/۲۵ نمره)

$$S_{AEDE'} = 2S_{AED} = 2\left(\frac{1}{2} AE \cdot ED \cdot \sin 90^\circ\right) = 2 \times 5 = 10 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

پاسخ سؤال ۹:



(۰/۲۵ نمره)

قرینه A را نسبت به محور yها به دست آورده و A' می‌نامیم، داریم: $A' \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ (نمره ۰/۱۲۵)

قرینه A' را نسبت به محور xها به دست آورده و A'' می‌نامیم، داریم: $A'' \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ (نمره ۰/۱۲۵)

از A'' به B وصل می‌کنیم و نقطه برخورد با محور xها را B' می‌نامیم. (نمره ۰/۱۲۵)

از B' به A' وصل می‌کنیم و نقطه برخورد با محور yها را B'' می‌نامیم. (نمره ۰/۱۲۵)

کوتاه‌ترین مسیر عبارت است از $AB''B'A'$

اندازه $AB''B'A'$ برابر است با $A''B$ بنابراین طول کوتاه‌ترین مسیر (نمره ۰/۲۵)

$$A''B = \sqrt{(x_B - x_{A''})^2 + (y_B - y_{A''})^2} = \sqrt{(4 + 1)^2 + (1 + 4)^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} \quad (۰/۱۲۵)$$

پاسخ سؤال ۱۰: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

(ب) درست

(الف) نادرست