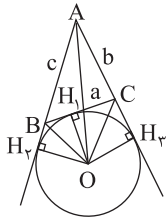




گروه طراحی و بازنگری: فراز قلبی

پاسخ سؤال ۱:



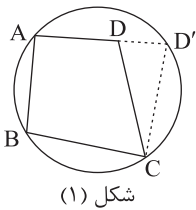
$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC}$$

$$= \frac{1}{2} OH_r \cdot AB + \frac{1}{2} OH_r \cdot AC - \frac{1}{2} OH_r \cdot BC$$

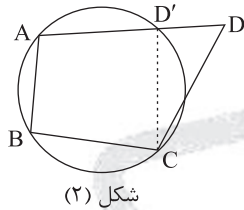
$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} r_a \cdot c + \frac{1}{2} r_a \cdot b - \frac{1}{2} r_a \cdot a = \frac{1}{2} r_a (c + b - a) = \frac{1}{2} r_a (a + b + c - 2a) = \frac{1}{2} r_a (2p - 2a)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} r_a \cdot 2(p - a) \Rightarrow S = r_a (p - a) \Rightarrow r_a = \frac{S}{p - a}$$

پاسخ سؤال ۲:



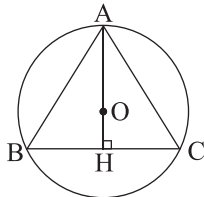
شکل (۱)



شکل (۲)

فرض می‌کنیم که ABCD محاطی نباشد؛ می‌دانیم که از A، B و C یک دایره می‌گذرد. این دایره طبق فرض از D نمی‌گذرد. بنابراین، این دایره یا مطابق شکل (۱) یا مطابق شکل (۲)، خط AD یا امتداد آن را در نقطه‌ای مانند D' قطع می‌کند. از آنجا که ABCD' محاطی است، داریم: $\hat{B} + \hat{D}' = 180^\circ$. از طرفی طبق فرض $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ ، پس $\hat{D} = \hat{D}'$ اما در شکل (۱) $\hat{D} > \hat{D}'$ و در شکل (۲)، $\hat{D}' > \hat{D}$ است، پس به تناقض می‌رسیم، پس ABCD محاطی است.

پاسخ سؤال ۳:



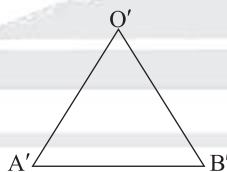
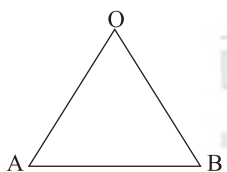
$$I) AC = a \Rightarrow HC = \frac{a}{2}$$

$$II) AO = 2OH \Rightarrow AH = AO + OH = 6 + 3 = 9$$

$$III) \triangle AHC: a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 9^2 \Rightarrow \frac{3a^2}{4} = 81 \Rightarrow a^2 = \frac{81 \times 4}{3} \Rightarrow a = \frac{9 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$$

$$IV) S = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times 9 \times 6\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$$

پاسخ سؤال ۴:



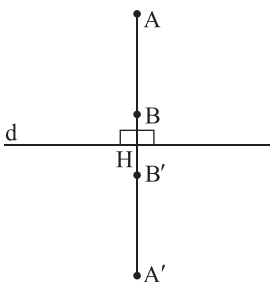
الف) تبدیلی است که طول پاره‌خط را حفظ می‌کند.

ب) فرض کنیم که زاویه AOB تحت تبدیل طولی T تبدیل به زاویه A'O'B' شده است.

$$\begin{cases} AO = A'O' \\ BO = B'O' \\ AB = A'B' \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AOB \cong \triangle A'O'B' \Rightarrow \begin{cases} \angle AOB = \angle A'O'B' \\ A = A' \\ B = B' \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۵:

الف)

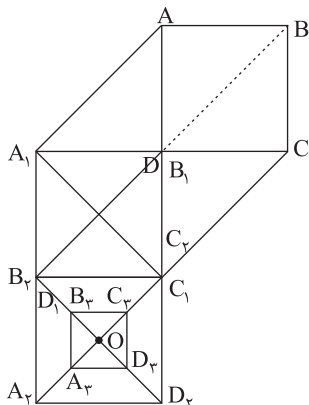


ب)

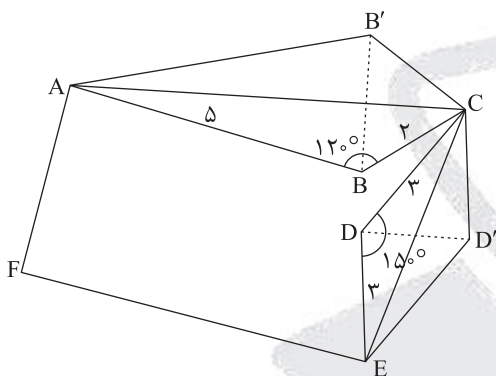
$$\begin{cases} AH = A'H \\ BH = B'H \end{cases} \Rightarrow AB = AH - BH = A'H - B'H = A'B'$$



پاسخ سؤال ۶:



ياسخ سؤال ۷:



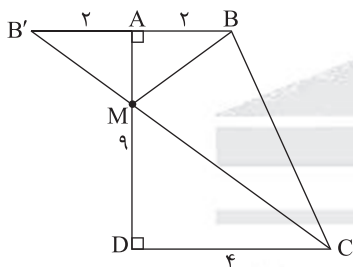
الف) بازتاب B را نسبت به AC، B' و بازتاب D را نسبت به CE، D' می‌نامیم. شش ضلعی AB'CD'EF، شش ضلعی موردنظر است.

(۲)

$$S = S_{\text{ABCB'}} + S_{\text{CDED'}} = rS_{\text{ABC}}^{\Delta} + rS_{\text{CDE}}^{\Delta}$$

$$= r \times \Delta \times \sin 12^\circ + r \times r \times \sin 15^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 9 \times \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot \sqrt{3} + 9}{2}$$

پاسخ سؤال ۸:



$$I) \triangle AMB \sim \triangle DMC \Rightarrow \frac{AM}{DM} = \frac{AB}{DC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AM = K \\ DM = rK \end{cases} \Rightarrow AM + DM = rK = 9 \Rightarrow K = r \Rightarrow \begin{cases} AM = r \\ MD = e \end{cases}$$

$$\text{II) } S_{\triangle BMC} = S_{ABCD} - (S_{\triangle ABM} + S_{\triangle DMC}) = \frac{1}{2}(AB + DC)(AD) - (\frac{1}{2} \times AB \times AM + \frac{1}{2} \times DC \times MD)$$

$$= \frac{1}{r}(r + f)(9) - \left(\frac{1}{r} \times r \times r + \frac{1}{r} \times f \times f \right) = 27 - (r + 12) = 12$$