



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱/۲۷



مجموعه مدارس سلام

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دهم (رشته ریاضی)

پاسخ سؤال ۱: (۱/۵ نمره)

الف) مستطیل (۲۵/۰ نمره)

$$\frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow \frac{n-3}{2} = 1 \Rightarrow n = 5$$

ب) ۵ (۷۵/۰ نمره)

ج) حاصل ضرب قطرها تقسیم بر ۲ (۵/۰ نمره)

(هندسه دهم، صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$$\sqrt{2x(x+7)} = x+4 \Rightarrow 2x(x+7) = (x+4)^2 \Rightarrow 2x^2 + 14x = x^2 + 8x + 16 \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+8) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -8$$

که چون مقدار طول باید مثبت شود، فقط $x = 2$ قابل قبول است.

(هندسه دهم، تست ۳ صفحه ۱۶ مجموعه تمارین، مشابه تمرین ۲ صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{فرض: } MB \parallel NC, MC \parallel ND \\ \text{حکم: } AC^2 = AB \cdot AD \end{array} \right.$$

با استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} MB \parallel NC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AN} \\ MC \parallel ND \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AC}{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AC^2 = AB \cdot AD$$

$$\text{طبق اثبات: } AC^2 = AB \cdot AD = AB \cdot (AB + BD) \xrightarrow{\frac{AB=3}{BD=4}} AC^2 = 3 \times 12 = 36 \Rightarrow AC = 6$$

(هندسه دهم، تست ۳ صفحه ۱۸ مجموعه تمارین، صفحه ۳۷ کتاب درسی)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

الف) نسبت تشابه $\frac{3}{4}$ است. از آنجایی که نسبت مساحت دو مثلث متشابه، مجذور نسبت تشابه است، پس نسبت مساحت مثلث بزرگ‌تر به مساحت مثلث کوچک‌تر برابر است با:

$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} = 2,25$$

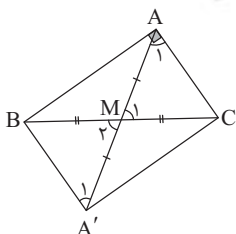
$$\text{ب) } \frac{r}{P} = \frac{r}{P} = \frac{12}{8} \Rightarrow \frac{r}{P} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{r}{P'} = \frac{r}{P'} = \frac{3}{18} \Rightarrow \frac{r}{P'} = \frac{1}{6}$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۹)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

فرض	$\triangle ABC: \hat{A} = 90^\circ, BM = MC$
حکم	$AM = \frac{BC}{2}$



اثبات: فرض کنید AM میانه وارد بر وتر در مثل قائم‌الزاویه ABC باشد. AM را از طرف M به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطه A' برسیم. A' را به B و C وصل می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} AM = MA' \\ BM = MC \end{array} \right\} \Rightarrow \text{قطرها نصف یکدیگرند} \Rightarrow \text{ABAC متوازی‌الاضلاع است}$$

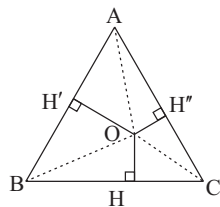
و چون $\hat{CAB} = 90^\circ$ بنابراین ABA'C مستطیل بوده و در نتیجه $AA' = BC$ یعنی:

$$2AM = BC \Rightarrow AM = \frac{BC}{2}$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۰)



پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)



مثلث ABC متساوی الاضلاع است. $(AB = BC = AC = a)$ ، نقطه دلخواه O درون مثلث بر سه ضلع عمود شده است
فرض $OH + OH' + OH'' = h_a$
حکم

مطابق شکل، با اتصال نقطه O به سه رأس مثلث ABC ، این مثلث به سه مثلث OAB ، OAC و OBC تجزیه می شود:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC} \Rightarrow \frac{h_a \cdot BC}{2} = \frac{OH' \times AB}{2} + \frac{OH'' \times AC}{2} + \frac{OH \times BC}{2}$$

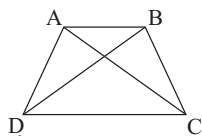
$$\frac{AB = AC = BC = a}{2} \Rightarrow \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{OH' \times a}{2} + \frac{OH'' \times a}{2} + \frac{OH \times a}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} (h_a) = \frac{a}{2} (OH' + OH'' + OH) \Rightarrow OH' + OH'' + OH = h_a$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۸)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{فرض } ABCD \text{ دوزنقه متساوی الساقین:} \\ \text{حکم: } AC = BD \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AB = CD \\ \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{D} \end{array} \right.$$



دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ را در نظر می گیریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} AD = BC \text{ (فرض)} \\ \hat{D} = \hat{C} \text{ (فرض)} \\ DC = DC \text{ (مشترک)} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ض.ض.ض.}} \triangle ADC \cong \triangle BCD \Rightarrow AC = BD$$

(هندسه دهم، صفحه ۶۳)