



گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): آقای گودرزی - خانم مبینی - خانم محمدی - خانم میناوند

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) برآمد - پیشامد

$$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{5}{6} \Rightarrow 6P(A) = 5 - 5P(A) \Rightarrow 11P(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{11}$$

ب) $\frac{5}{11}$

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) گزینه ۱

از نادرستی $p \Rightarrow q$ متوجه می‌شویم p درست و q نادرست است.

$$\begin{aligned} p &\equiv T & p &\Rightarrow (q \Rightarrow r) & T &\Rightarrow (F \Rightarrow F) \equiv T \Rightarrow T \equiv T \\ q &\equiv F \end{aligned}$$

$$\frac{3!}{1!2!} = 3$$



ب) ۳ افراز

پاسخ سؤال ۳:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \vee [(\sim p \vee q) \wedge p]$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

$$\equiv [(\sim q \wedge \sim p) \vee (\sim q \wedge p)] \vee [(p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)] \equiv (p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$$

(نمره ۰/۲۵) F (نمره ۰/۲۵) F (نمره ۰/۲۵)

$$\underbrace{(\sim q \wedge \sim p)}_{(نمره ۰/۲۵) F} \vee \underbrace{(p \wedge q)}_{(نمره ۰/۲۵) F} \equiv (نمره ۰/۲۵) (\sim q \wedge \sim p) \vee p \wedge q$$

پاسخ سؤال ۴:

ارزش نادرست است. (۵/۰ نمره)

$$\text{نقیض: } (\exists x \in \mathbb{R}) (|x+1|=0 \vee |x-3|<2)$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

پاسخ سؤال ۵:

$$3^{n+2} = 3^n + 96 \Rightarrow 3^n \times 3^2 - 3^n = 96 \Rightarrow 3^n(4-1) = 96 \Rightarrow 3^n = \frac{96}{3} = 32 = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

(نمره ۰/۵)

(نمره ۰/۵)

تعداد زیرمجموعه‌های سره ناتهی $2^5 - 2 = 30$ (نمره ۰/۵)

پاسخ سؤال ۶:

باید ثابت کنیم $B' \subseteq A'$ ؛ یعنی باید نشان دهیم که: $\forall x, (x \in B' \Rightarrow x \in A')$ (نمره ۰/۵)

پس داریم:

$$\forall x, x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A' \Rightarrow B' \subseteq A'$$

(نمره ۰/۵)

پاسخ سؤال ۷:

$$1) A \cup B = A \cap B$$

$$\left. \begin{aligned} \text{می دانیم } A \subseteq A \cup B &\xrightarrow{A \cup B = A \cap B} A \subseteq A \cap B \\ \text{می دانیم } A \cap B \subseteq B &\end{aligned} \right\} \Rightarrow A \subseteq B$$

$$\left. \begin{aligned} \text{می دانیم } B \subseteq A \cup B &\xrightarrow{A \cup B = A \cap B} B \subseteq A \cap B \\ \text{می دانیم } A \cap B \subseteq A &\end{aligned} \right\} \Rightarrow B \subseteq A$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

$$2) (A - B) \cap (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A') = (A \cap A') \cap (B \cap B') = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$

قضیهٔ تفاضل

شرکت پذیری

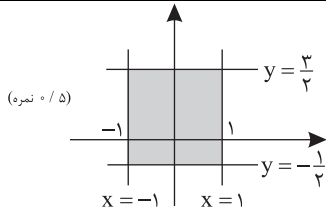
(نمره ۰/۲۵)



پاسخ سؤال ۸:

$$\begin{aligned} \begin{cases} A = \{1, 2\} \\ B = \{-1, 0, 1\} \end{cases} & \begin{cases} A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\} \Rightarrow A \times B = \{(1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\} \quad (\text{نمره } 0/5) \\ B \times A = \{(x, y) \mid x \in B \wedge y \in A\} \Rightarrow B \times A = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\} \quad (\text{نمره } 0/5) \end{cases} \\ (A \times B) - (B \times A) &= \{(1, -1), (1, 0), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\} \quad (\text{نمره } 0/5) \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۹:



$$\begin{cases} A_1 = [-1, 1] \\ A_2 = [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}] \end{cases} \quad A_1 \times A_2 = \{(x, y) \mid x \in [-1, 1] \wedge y \in [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]\} = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1 \wedge -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}\} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

پاسخ سؤال ۱۰:

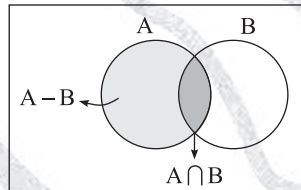
$$A = (A - B) \cup (A \cap B)$$

$$P(A) = P((A - B) \cup (A \cap B))$$

$$P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) - \underbrace{P((A - B) \cap (A \cap B))}_{\emptyset} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$P(A) - P(A \cap B) = P(A - B)$$

$$\Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(B)$$



در حالت کلی
 $A - B$ و $A \cap B$ ناسازگارند و اشتراکشان تهی است.

چون $B \subseteq A$ می باشد، پس $P(A \cap B) = P(B)$.
 (نمره ۰/۵)

پاسخ سؤال ۱۱:

$$\begin{cases} P(A \cup B) = 0/5 \\ P(A) = 0/4 \\ P(B) = 0/3 \end{cases}$$

$$۱) P(A \cap B) = ? \quad (\text{نمره } 0/25)$$

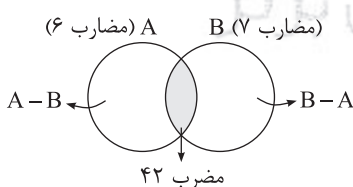
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{5}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{10} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$۲) P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\frac{4}{10} + \frac{3}{10} - \frac{4}{10} = \frac{3}{10}$$

پاسخ سؤال ۱۲:



$$۳۰۰ \text{ تا } ۵۱ \text{ از } ۶ \text{ مضارب } n(A) = \left[\frac{۳۰۰}{۶} \right] - \left[\frac{۵۰}{۶} \right] = ۵۰ - ۸ = ۴۲ \Rightarrow n(A) = ۴۲ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$۳۰۰ \text{ تا } ۵۱ \text{ از } ۷ \text{ مضارب } n(B) = \left[\frac{۳۰۰}{۷} \right] - \left[\frac{۵۰}{۷} \right] = ۴۲ - ۷ = ۳۵ \Rightarrow n(B) = ۳۵ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$۳۰۰ \text{ تا } ۵۱ \text{ از } ۴۲ \text{ مضارب } n(A \cap B) = \left[\frac{۳۰۰}{۴۲} \right] - \left[\frac{۵۰}{۴۲} \right] = ۷ - ۱ = ۶ \Rightarrow n(A \cap B) = ۶ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$P(A \Delta B) = P(A - B) + P(B - A)$$

$$P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{42}{250} - \frac{6}{250} + \frac{35}{250} - \frac{6}{250} = \frac{65}{250}$$

(نمره ۰/۷۵)

پاسخ سؤال ۱۳:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵!}{۶!} = \frac{1}{6} \quad (\text{نمره } 0/25)$$



پاسخ سؤال ۱۴:

$$P(۱) = ۲x, P(۲) = ۳x, P(۳) = ۴x, P(۴) = ۵x, P(۵) = ۶x, P(۶) = ۷x$$

$$S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} \quad P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱ \Rightarrow ۲۷x = ۱ \Rightarrow x = \frac{1}{۲۷} \text{ (نمره ۱)}$$

$$P(\{۲, ۴, ۶\}) = ۳x + ۵x + ۷x = \frac{۱۵}{۲۷} \text{ (نمره ۵ / ۵)}$$

پاسخ سؤال ۱۵:

$$C' = S - C = \{c, d\} \text{ (نمره ۵ / ۵)}$$

$$P(C') = P(\{c, d\}) = P(c) + P(d)$$

$$P(A) = \frac{۳}{۷} \Rightarrow P(a) + P(b) = \frac{۳}{۷} \text{ (۱) (نمره ۲۵ / ۲۵)}$$

$$P(B) = \frac{۳}{۵} \Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = \frac{۳}{۵} \text{ (۲) (نمره ۲۵ / ۲۵)}$$

رابطه (۱) را از رابطه (۲) کم می کنیم:

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) - (P(a) + P(b)) = \frac{۳}{۵} - \frac{۳}{۷}$$

$$(نمره ۵ / ۵) \quad P(c) + P(d) = \frac{۱۱}{۳۵} \quad P(c') = \frac{۱۱}{۳۵}$$

