



گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب الفبا): آقای گودرزی - خانم مبینی - خانم محمدی - خانم میناوند

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

ج) غیر هم شانس

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{3} = \frac{1}{4} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{5}{12}$$

الف) گزاره‌نما

د) نه عضو

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

$$n(A) = k \Rightarrow 2^{k+2} = 2^k + 112 \Rightarrow 8 \times 2^k - 2^k = 112 \Rightarrow 2^k = \frac{112}{7} = 16 \Rightarrow k = 4$$

مجموعه ۳ عضوی ۵ افراز دارد $\{1, 2, 3, 4\}$

الف) گزینه ۱ صحیح است.

ب) گزینه ۳ صحیح است.

ج) گزینه ۴ صحیح است.

د) گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{P(A)}{P(A^c)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2P(A)}{\Delta P(A)} = 2 - 2P(A) \Rightarrow \Delta P(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{5}$$

پاسخ سؤال ۳:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T
(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	(۰/۲۵)	(۰/۲۵)

=

پاسخ سؤال ۴:

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv (p \wedge q) \vee r \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \equiv (\sim p \vee r) \vee (\sim q \vee r) \equiv (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$$

پاسخ سؤال ۵:

ارزش گزاره درست است زیرا $x = -1$ در آن صدق می‌کند پس مجموعه جواب آن ناتهی است. (۰/۲۵ نمره)

$$\sim(\exists x \in \mathbb{R}; x < 0 \wedge x^2 \leq 1) = \forall x \in \mathbb{R}; \sim(x < 0 \wedge x^2 \leq 1) \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}; (x \geq 0 \vee x^2 > 1)$$

پاسخ سؤال ۶:

$$\forall x; (x \in A \cap C) \Rightarrow (x \in A \wedge x \in C) \xrightarrow{A \subseteq B, C \subseteq D} (x \in B \wedge x \in D) \Rightarrow x \in (B \cap D)$$

$$\text{پس } \forall x; (x \in A \cap C \Rightarrow x \in B \cap D) \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap D$$

پاسخ سؤال ۷:

$$\text{الف) } A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

$$\text{دوم } (A - B) \cap (A - C) = (A \cap B') \cap (A \cap C') = [(A \cap B') \cap A] \cap C' = (A \cap B') \cap C' = A \cap (B' \cap C') = A \cap (B \cup C)' = A - (B \cup C)$$

$$A - B = B - A \Rightarrow A \cap B' = B \cap A' \Rightarrow A \cup (A \cap B') = A \cup (B \cap A') \Rightarrow A = A \cup B \quad (1)$$

$$\text{ب) } A - B = B - A \Rightarrow A \cap B' = B \cap A' \Rightarrow B \cup (A \cap B') = B \cup (B \cap A') \Rightarrow (A \cup B) = B \quad (2) \quad (1), (2) \Rightarrow A = B$$

پاسخ سؤال ۸:

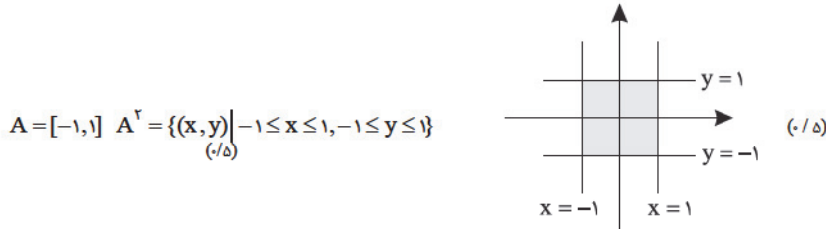
$$A = \{-1, 0, 1\}, B = \{-3, -1, 1\}$$

$$A^T = A \times A = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in A\} \Rightarrow A^T = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\} \quad (0/5)$$

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\} = \{(-1, -3), (-1, -1), (-1, 1), (0, -3), (0, -1), (0, 1), (1, -3), (1, -1), (1, 1)\} \Rightarrow A^T - A \times B = \{(-1, 0), (0, 0), (1, 0)\} \quad (0/5)$$

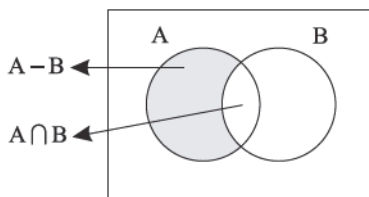


پاسخ سؤال ۹:



پاسخ سؤال ۱۰:

(الف)



$A = (A - B) \cup (A \cap B)$

$(A - B) \cap (A \cap B) = \emptyset$ و $A \cap B$ و $A - B$ ناسازگارند پس اشتراکی ندارند (۰/۲۵)

$P(A) = P((A - B) \cup (A \cap B)) \Rightarrow P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) - P(\underbrace{(A - B) \cap (A \cap B)}_{\emptyset}) \Rightarrow P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = P(A - B)$ (۰/۲۵)

(ب) می‌دانیم:

$0 \leq P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B)$ (نمره ۰/۵)

پاسخ سؤال ۱۱:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A \cup B) = 1 - P(A \cap B') = 1 - [P(A) - P(A \cap B)]$ (۰/۵)

$= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

پاسخ سؤال ۱۲:

الف $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{50}{100} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{33}{100} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{16}{100} \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{50}{100} + \frac{33}{100} - \frac{16}{100} = \frac{67}{100}$ (۱)

ب $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} - \frac{16}{100} = \frac{17}{100}$ (۰/۵)

ج $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{67}{100} = \frac{33}{100}$ (۰/۵)

پاسخ سؤال ۱۳:

$P(A) = \frac{7!}{8!} = \frac{1}{8}$ (نمره ۰/۵)

پاسخ سؤال ۱۴:

$S = \{A, B, C\}$

$P(A) = \frac{1}{3}P(B), P(B) = \frac{1}{3}P(C), P(C) = x, P(B) = \frac{1}{3}x, P(A) = \frac{1}{9}x \Rightarrow P(A) + P(B) + P(C) = 1$ (۰/۵)

الف $\frac{1}{9}x + \frac{1}{3}x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{9}{5}$ $\begin{cases} P(C) = \frac{9}{5} \\ P(B) = \frac{3}{5} \\ P(A) = \frac{1}{5} \end{cases}$ (۰/۵)

ب $P(\{B, C\}) = P(B) + P(C) = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = \frac{1}{3}$ (۰/۵)