مجموعه مدارس سلام

پرکاربردترین فرمول‌های ریاضی از پایه تا پیشرفته

است، به‌خصوص اگر آن مطالب مربوط به درس ریاضی باشد. در درس ریاضی اغلب با روابط و فرمول‌های زیادی سروکار داریم که به‌دلیل پراکنده بودن در جای‌جای کتاب‌های درسی ممکن است به خاطر سپردن‌شان برایمان دشوار باشد و حتی هنگام نیاز و مراجعه دوباره به آن‌ها پیدا کردن‌شان زمان زیادی را از ما بگیرد. اگر شما نیز دغدغه این موضوع را دارید، نگران نباشید. ما در این آموزش از مجموعه سلام قصد داریم پرکاربردترین و مهمترین فرمول های ریاضی پایه‌های مختلف را یک‌جا در اختیارتان قرار دهیم.

فرمول های محیط، مساحت و حجم

در مقطع ابتدایی، دانش‌آموزان با مفاهیم اولیه ریاضی و هندسه ازجمله مساحت و محیط اشکال هندسی آشنا می‌شوند و در پایه‌های بالاتر نیز نحوه محاسبه حجم آن‌ها را یاد می‌گیرند. در ادامه این بخش، این مجموعه فرمول های ریاضی کاربرد برای دانش‌آموزان عزیز آورده شده است.

فرمول های محیط اشکال هندسی

محیط اشکال هندسی برابر است با اندازه دورتادور آن‌ها. محیط شکل‌های گوناگون از روابط زیر به دست می‌آید:

شکل هندسی	فرمول محیط
مربع	یک ضلع × ۴
مستطیل	(عرض + طول) × ۲
مثلث	مجموع سه ضلع
لوزی	یک ضلع × ۴
متوازی‌الاضلاع	مجموع دو ضلع مجاور × ۲
ذوزنقه	مجموع چهار ضلع
دایره	شعاع × ۳/۱۴ × ۲
چندضلعی منتظم	یک ضلع × تعداد اضلاع
چندضلعی غیرمنتظم	مجموع اضلاع

فرمول های مساحت اشکال هندسی

مساحت به معنای اندازه سطح است. فرمول‌های مهم مساحت در اشکال و احجام هندسی مختلف به‌صورت زیر است:

شکل هندسی	فرمول مساحت
مربع	خودش × یک ضلع
مستطیل	عرض × طول
مثلث	۲ ÷ (ارتفاع × قاعده)
لوزی	۲ ÷ (قطر کوچک × قطر بزرگ)
متوازی‌الاضلاع	ارتفاع × قاعده
ذوزنقه	۲ ÷ ارتفاع × (قاعده کوچک + قاعده بزرگ)
چندضلعی منتظم	۲ ÷ (محیط × ارتفاع)
دایره	شعاع × شعاع × ۳/۱۴
بیضی	نصف قطر کوچک × نصف قطر بزرگ × ۳/۱۴
کره	شعاع × شعاع × ۳/۱۴ × ۴
هرم (مساحت جانبی)	مجموع مساحت وجه‌های جانبی
هرم (مساحت کل)	مساحت جانبی + مساحت قاعده
مخروط (مساحت جانبی)	طول مایل × شعاع قاعده × ۳/۱۴
مخروط (مساحت کل)	مساحت جانبی + مساحت قاعده
استوانه (مساحت جانبی)	ارتفاع × محیط قاعده
استوانه (مساحت کل)	مساحت جانبی + مجموع مساحت قاعده‌ها
منشور (مساحت جانبی)	ارتفاع × محیط قاعده
منشور (مساحت کل)	مساحت جانبی + مجموع مساحت قاعده‌ها
مکعب مربع (مساحت جانبی)	ضلع × ضلع × ۴
مکعب مربع (مساحت کل)	ضلع × ضلع × ۶
مکعب مستطیل (مساحت کل)	(ارتفاع × عرض) × ۲ + (ارتفاع × طول) × ۲ + (عرض × طول) × ۲

فرمول های حجم اشکال هندسی

حجم‌های هندسی اشکالی سه‌بعدی هستند که مقداری از فضا را اشغال می‌کنند. مقدار فضای اشغال‌شده توسط این اشکال را حجم می‌نامند. حجم شکل‌های سه‌بعدی از فرمول‌هایی که در جدول زیر آمده‌اند، محاسبه می‌شود.

شکل هندسی	فرمول حجم
کره	شعاع × شعاع × شعاع × ۱۴/۳ × (۳ ÷ ۴)
مکعب مربع	ضلع × ضلع × ضلع
مکعب مستطیل	ارتفاع × عرض × طول
استوانه	ارتفاع × مساحت قاعده
منشور	ارتفاع × مساحت قاعده
هرم	۳ ÷ (ارتفاع × مساحت قاعده)
مخروط	۳ ÷ (ارتفاع × مساحت قاعده)

پرکاربردترین فرمول های ریاضی متوسطه اول

در کتاب‌های ریاضی متوسطه اول نسبت به مقطع ابتدایی، با موضوعات متنوع‌تر و تازه‌تری روبه‌رو می‌شویم. پس لازم است علاوه‌بر حل تمرین، مطالب خوانده‌شده را دوباره مرور کنیم تا در خاطرمان بمانند. راهکار مناسب جهت کاهش فراموشی مطالب، جمع بندی فرمول های ریاضی است. در بخش‌های بعدی، پرکاربردترین فرمول های ریاضی پایه نهم، هشتم و هفتم را معرفی خواهیم کرد.

فرمول های مجموع زوایا

چندضلعی‌ها دارای زاویه داخلی و خارجی هستند. زاویه‌های درون چندضلعی را زاویه داخلی و زاویه بین امتداد یک ضلع با ضلع مجاور آن را زاویه خارجی می‌نامند. زوایای داخلی و خارجی مکمل یکدیگرند. جدول زیر فرمول‌های مربوط به این زوایا را نشان می‌دهد.

عنوان	فرمول
مجموع زوایای داخلی n ضلعی	$(n-۲)\times ۱۸۰^\circ$
اندازه هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم	$\frac{(n-۲)\times ۱۸۰^\circ}{n}$
مجموع زوایای خارجی n ضلعی	۳۶۰°
اندازه هر زاویه خارجی یک n ضلعی منتظم	$\frac{۳۶۰^\circ}{n}$
مجموع زوایای داخلی و خارجی n ضلعی	$۱۸۰^\circ n$

فرمول های بردار و مختصات

مختصات و بردارها در تعیین موقعیت و مکان‌یابی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مختصات یک نقطه را با کمک بردارهای جهت‌دار که دارای طول و عرض مشخصی هستند نمایش می‌دهند. جدول زیر بیان‌کننده قوانین این بردارها و روابط آن‌هاست.

فرمول	مبحث
$\vec{i} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix},\ \vec{j} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix}$	مختصات (طول و عرض) بردارهای واحد
$-\vec{a} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$	قرینه بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$
$k\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx \\ ky \end{bmatrix}$	ضرب عدد در بردار
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+m \\ y+n \end{bmatrix}$	جمع بردارها

فرمول های اعداد توان دار

اعداد توان دار برای نمایش اعدادی به کار می‌روند که چند مرتبه در خودشان ضرب شده‌اند. یک عدد توان‌دار از دو بخش پایه و توان تشکیل شده است. توان نشان‌دهنده تعداد مرتبه‌هایی است که یک عدد در خودش ضرب شده است و پایه نیز آن عدد را نشان می‌دهد. این اعداد از قواعد خاصی که در جدول زیر آمده است، پیروی می‌کنند.

فرمول	مبحث
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	ضرب اعداد توان‌دار با پایه مساوی
$(ab)^m = a^m b^m$	ضرب اعداد توان‌دار با توان مساوی
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	تقسیم اعداد توان‌دار با پایه مساوی
$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	تقسیم اعداد توان‌دار با توان مساوی
$(a^m)^n = a^{m \times n}$	توان در توان
$۰^a = ۰$	صفر به توان عدد غیرصفر
$۱^a = ۱$	یک به توان هر عدد
$a^۰ = ۱$	عدد غیرصفر به توان صفر
$a^۱ = a$	عدد به توان یک
$a^{-m} = \frac{۱}{a^m}$ و $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$	عدد غیرصفر به توان منفی

فرمول های رادیکال ها

رادیکال عملگری است که عکس توان عمل کرده و با کمک آن می‌توان ریشه اعدادی را که زیر آن قرار می‌گیرند به دست آورد. قوانین محاسبه در رادیکال‌ها به‌صورت زیر است:

فرمول	عنوان
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$	ضرب رادیکال‌ها با فرجه یکسان n
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	تقسیم رادیکال‌ها با فرجه یکسان n
$a\sqrt[n]{x} \pm b\sqrt[n]{x} = (a \pm b)\sqrt[n]{x}$	جمع و تفریق رادیکال‌ها با فرجه یکسان n
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	تبدیل عدد با توان گویا به رادیکال

نکات مهم درمورد مثلث ها

مثلث شامل سه ضلع و سه رأس است. از مهم‌ترین فرمول‌هایی که می‌توان برای این شکل هندسی نام برد، فرمول مربوط به قضیه فیثاغورس است که برای مثلث قائم الزاویه کاربرد دارد.

توضیح	عنوان
در مثلث‌های قائم‌الزاویه مجذور وتر برابر است با مجموع مجذور دو ضلع دیگر	قضیه فیثاغورس
اگر در یک مثلث مجذور یک ضلع با مجموع مجذور دو ضلع دیگر مساوی باشد، آنگاه آن مثلث، قائم‌الزاویه خواهد بود.	عکس قضیه فیثاغورس
تمام نقاطی که روی نیمساز یک زاویه هستند، از دو ضلع آن زاویه فاصله یکسانی دارند.	فاصله نقاط روی نیمساز از دو ضلع زاویه
تمام نقاطی که روی عمودمنصف یک پاره‌خط قرار دارند، دارای فاصله یکسانی از دو سر آن پاره‌خط هستند.	فاصله نقاط روی عمودمنصف پاره‌خط از دو سر آن
شکل‌هایی که پس از یک یا چند تبدیل هندسی ازجمله انتقال، دوران و بازتاب به‌طور کامل روی هم منطبق می‌شوند، شکل‌های همنهشت نام دارند.	همنهشتی
(و ز) و (و ض)	حالت‌های همنهشتی دو مثلث قائم‌الزاویه
(ض ض ض)، (ض ز ض) و (ز ض ز)	حالت‌های همنهشتی دو مثلث

نکات مهم مجموعه اعداد و قدر مطلق

در جدول زیر، رابطه بین مجموعه اعداد گوناگون و نکات مربوط به قدر مطلق بیان شده است.

عنوان	شکل جبری
قدر مطلق عدد مثبت	$a > 0 \Rightarrow \lvert a\rvert = a$
قدر مطلق عدد منفی	$a < 0 \Rightarrow \lvert a\rvert = -a$
قدر مطلق صفر	$a = 0 \Rightarrow \lvert a\rvert = 0$
جذر مربع یک عدد	$\sqrt{a^2} = \lvert a\rvert$
مجموعه اعداد طبیعی زیرمجموعه اعداد صحیح است.	$\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}$
مجموعه اعداد صحیح زیرمجموعه اعداد گویاست.	$\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$
مجموعه اعداد گویا زیرمجموعه اعداد حقیقی است.	$\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$
مجموعه اعداد گنگ زیرمجموعه اعداد حقیقی است.	$\mathbf{Q}' \subseteq \mathbf{R}$
اشتراک مجموعه اعداد گویا و گنگ مساوی با مجموعه تهی است.	$\mathbf{Q} \cap \mathbf{Q}' = \emptyset$

فرمول عملیات ریاضی در عبارت های گویا

قوانین مربوط به جمع و تفریق و ضرب و تقسیم عبارت‌های گویا در ساده کردن این عبارت‌ها کاربرد فراوانی دارند. فرمول انجام عملیات ریاضی در این نوع عبارت‌ها در جدول زیر نوشته شده است:

مبحث	فرمول
تقسیم چندجمله‌ای‌ها بر تک‌جمله‌ای‌ها	$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$
تقسیم عبارت‌های گویا	$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$
ضرب عبارت‌های گویا	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

فرمول اتحادها

اتحادها تساوی‌هایی هستند که به‌ازای تمام مقادیر متغیرهایی که در طرفین وجود دارند برقرار هستند. اتحاد مربع، مزدوج و جمله مشترک نمونه‌هایی از اتحادهای پرکاربرد در عبارت‌های جبری به شمار می‌روند.

عنوان	فرمول
اتحاد مزدوج	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
اتحاد مربع مجموع دوجمله‌ای	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
اتحاد مربع تفاضل دوجمله‌ای	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
اتحاد جمله مشترک	$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

معادله های خطی

معادله خطی یک معادله جبری است که برای توصیف خط راست به کار می‌رود.

عنوان	فرمول
معادله خط راست	$y=ax+b$
معادله خطی که از مبدأ مختصات عبور می‌کند.	$y=ax$
شیب خط گذرنده از دو نقطه (x_1,y_1) و (x_2,y_2)	$a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

آمار و احتمال

در فصل مربوط به آمار و احتمال ریاضی متوسطه اول، مباحثی شامل میانگین، دامنه تغییرات، مرکز دسته داده‌ها و احتمال وقوع رویدادها مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرمول‌های مورداستفاده در این فصل در جدول زیر نوشته شده است.

عنوان	فرمول
میانگین	$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$ $\bar{x} = \frac{S}{n}$
مرکز دسته	$\text{مرکز دسته} = \frac{\text{کوچک‌ترین بازه دسته} + \text{بزرگ‌ترین بازه دسته}}{۲}$
دامنه تغییرات	$\text{دامنه تغییرات} = \text{بزرگ‌ترین داده} - \text{کوچک‌ترین داده}$
احتمال وقوع پیشامد A در فضای نمونه S	$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

فرمول های ریاضی متوسطه دوم

مقطع دبیرستان به‌جهت برگزاری امتحان‌های نهایی و کنکور در آن، مقطع حساس و مهمی برای دانش‌آموزان محسوب می‌شود. دسترسی به فرمول های ریاضی دبیرستان برای مرور و جمع‌بندی مطالب یکی از دغدغه‌های مهم دبیرستانی‌ها است که قرار است در این بخش مهم‌ترین این فرمول های ریاضی با توضیح در اختیارتان قرار داده شود.

فرمول های ریاضی دهم

اول دبیرستان مرحله جدیدی برای ورود به دنیای علم ریاضی است. دانش‌آموزان با ورود به این پایه، مباحث ریاضی را به‌طور گسترده فرامی‌گیرند. در این بخش، به فرمول های ریاضی مهم امتحانی پایه دهم اشاره خواهیم کرد. این موارد فرمول های ریاضی کنکور تجربی و فرمول های ریاضی کنکور ریاضی را نیز شامل می‌شود.

مجموعه‌ها و دنباله‌ها	
عنوان	توضیح
مجموعه اعداد طبیعی	$N = \{۱,۲,۳, \dots\}$
مجموعه اعداد حسابی	$W = \{۰,۱,۲,۳, \dots\}$
مجموعه اعداد صحیح	$Z = \{\dots, -۳, -۲, -۱,۰,۱,۲,۳, \dots\}$
مجموعه اعداد گویا	$Q = \left\{\frac{p}{q} \mid p, q \in Z, q \neq ۰\right\}$
مجموعه اعداد گنگ	مجموعه اعدادی که نمی‌توان آن‌ها را به‌صورت اعداد گویا بیان کرد. (Q')
مجموعه اعداد حقیقی	$R = \{Q \cup Q'\}$
رابطه مجموعه اعداد	$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$
مجموعه مرجع	بزرگ‌ترین مجموعه‌ای که مورد بحث ما است و با U نمایش داده می‌شود.
متمم مجموعه A	$A' = U - A$
تعداد اعضای اجتماع A و B	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
جمله nام دنباله حسابی	$t_n = t_۱ + (n-۱)d$
جمله nام دنباله هندسی	$t_n = t_۱ r^{n-۱}$

نسبت های مثلثاتی

عنوان	فرمول
سینوس θ	نسبت ضلع مقابل زاویه θ به وتر
کسینوس θ	نسبت ضلع مجاور زاویه θ به وتر
تانژانت θ	نسبت ضلع مقابل زاویه θ به ضلع مجاور آن
کتانژانت θ	نسبت ضلع مجاور زاویه θ به ضلع مقابل آن
تبدیل درجه و رادیان	$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi}$
شیب خط با زاویه θ نسبت به سطح افقی	$\tan\theta$
بازه مقادیر سینوس و کسینوس زاویه θ	$-۱ \leq \sin\theta \leq ۱$ $-۱ \leq \cos\theta \leq ۱$
روابط مثلثاتی	$\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱$ $\tan^۲\theta + ۱ = \frac{۱}{\cos^۲\theta}$ $\cot^۲\theta + ۱ = \frac{۱}{\sin^۲\theta}$ $\tan\theta + \cot\theta = ۱$

اتحادهای مکعب و چاق و لاغر

اتحاد	فرمول
اتحاد مکعب مجموع	$(a+b)^۳ = a^۳ + ۳a^۲b + ۳ab^۲ + b^۳$
اتحاد مکعب تفاضل	$(a-b)^۳ = a^۳ - ۳a^۲b + ۳ab^۲ - b^۳$
اتحاد چاق و لاغر مجموع	$a^۳ + b^۳ = (a+b)(a^۲ - ab + b^۲)$
اتحاد چاق و لاغر تفاضل	$a^۳ - b^۳ = (a-b)(a^۲ + ab + b^۲)$

معادله ها و نامعادله ها

عنوان	فرمول
معادله درجه دوم	$ax^{۲} + bx + c = ۰,\ \ a \neq ۰$
محاسبه ریشه‌های معادله درجه دوم	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^{۲} - ۴ac}}{۲a}$
تعداد ریشه با دلتا	$\Delta = b^{۲} - ۴ac$ $\Delta > ۰$: دو ریشه حقیقی $\Delta = ۰$: یک ریشه حقیقی $\Delta < ۰$: ریشه حقیقی ندارد.
معادله خط تقارن سهمی	$x = -\frac{b}{۲a}$
مختصات رأس سهمی	$\left(-\frac{b}{۲a}, \frac{-\Delta}{۴a}\right)$
مختصات رأس سهمی با معادله $y = a(x-h)^{۲} + k$	(h, k)
معادله خط تقارن سهمی با معادله $y = a(x-h)^{۲} + k$	$x = h$
ویژگی جمع در نامعادله‌ها	$x < y \rightarrow x + c < y + c$
ویژگی ضرب در نامعادله‌ها	$x < y \xrightarrow{c>۰} xc < yc$ $x < y \xrightarrow{c<۰} xc > yc$
نامعادله‌های قدر مطلق	$\lvert x\rvert \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$ $\lvert x\rvert \geq a \rightarrow x \geq a$ یا $x \leq -a$

شمارش بدون شمردن

عنوان	فرمول
ترکیب	$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$
جایگشت	$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

احتمال

فرمول	عنوان
$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$	احتمال وقوع پیشامد A
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	احتمال وقوع دست‌کم پیشامد A یا B
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	احتمال وقوع دست‌کم یکی از پیشامدهای ناسازگار A یا B
$P(A') = 1 - P(A)$	احتمال وقوع پیشامد متمم

فرمول های ریاضی یازدهم تجربی

ریاضی یازدهم یکی دیگر از منابع مهم فرمول های ریاضی پر تکرار در کنکور تجربی است. در ادامه می‌توانید پرکاربردترین فرمول‌های این کتاب را مرور کنید.

معادلات خطی و درجه دو

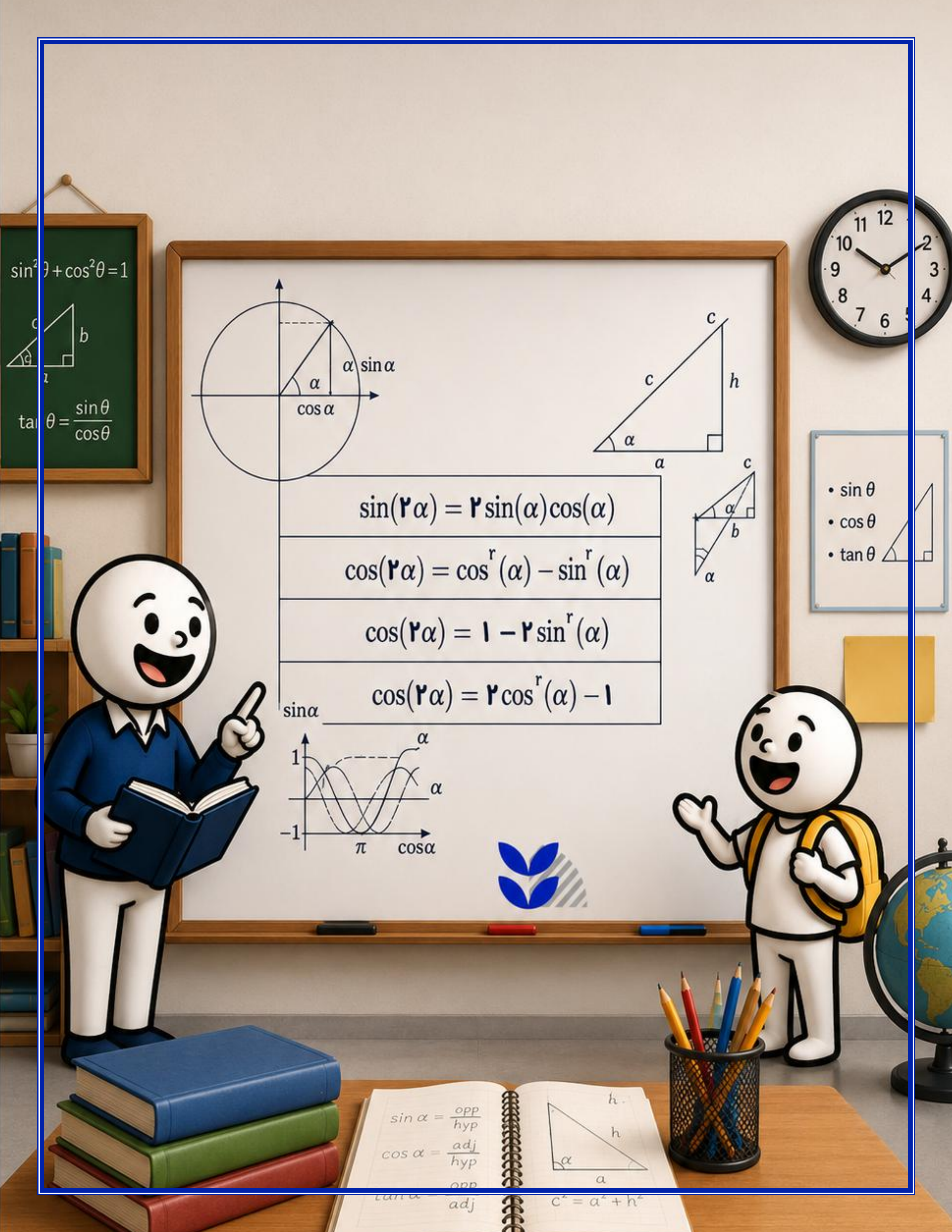
عنوان	فرمول
شیب خط گذرنده از دو نقطه A و B	$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
شرط عمود بودن دو خط با شیب‌های m و m′	$mm' = -1$
فاصله دو نقطه $A = (x_A, y_A)$ و $B = (x_B, y_B)$	$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$
مختصات نقطه وسط پاره‌خط AB	$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$
فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$	$d = \frac{\lvert ax_0 + by_0 + c\rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله درجه دو $ax^2 + bx + c = 0$	$\alpha.\beta = P = \frac{c}{a}$
مجموع ریشه‌های معادله درجه دو $ax^2 + bx + c = 0$	$\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a}$
معادله درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل‌ضرب ریشه‌های آن P است.	$x^2 + Sx + P = 0$
مقدار مینیمم تابع درجه دو $y = ax^2 + bx + c$	$x = -\frac{b}{2a}, \quad a > 0$
مقدار ماکزیمم تابع درجه دو $y = ax^2 + bx + c$	$x = -\frac{b}{2a}, \quad a < 0$

اعمال جبری روی توابع

نام عمل	ضابطه	دامنه
جمع توابع	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$D_{f+g}=D_f\cap D_g$
تفریق توابع	$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$	$D_{f-g}=D_f\cap D_g$
ضرب توابع	$(f.g)(x)=f(x).g(x)$	$D_{f.g}=D_f\cap D_g$
تقسیم توابع	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x \mid g(x)=0\}$

رسم نمودار توابع-انتقال نمودارها

ضابطه	توضیح
$y=kf(x)$	اگر k یک عدد مثبت باشد، برای رسم نمودار این تابع باید عرض هر نقطه از نمودار تابع $y=f(x)$ را k برابر کنیم.
$y=-f(x)$	برای رسم نمودار این تابع، نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.
$y=f(ax)$	اگر $a>1$ باشد طول منحنی جمع و اگر $0<a<1$ باشد طول منحنی باز می‌شود.
$y=f(x+c)$	نمودار تابع f به‌اندازه c به‌سمت چپ می‌رود.
$y=f(x-c)$	نمودار تابع f به‌اندازه c به‌سمت راست می‌رود.
$y=f(x)+b$	نمودار تابع f به‌اندازه b بالا می‌رود.
$y=f(x)-b$	نمودار تابع f به‌اندازه b پایین می‌آید.



$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
$\sin\alpha$
$\cos\alpha$
$\sin(۲\alpha) = ۲\sin(\alpha)\cos(\alpha)$
$\cos(۲\alpha) = \cos^{۲}(\alpha) - \sin^{۲}(\alpha)$
$\cos(۲\alpha) = ۱ - ۲\sin^{۲}(\alpha)$
$\cos(۲\alpha) = ۲\cos^{۲}(\alpha) - ۱$
• sin θ
• cos θ
• tan θ
$\sin\alpha = \frac{opp}{hyp}$
$\cos\alpha = \frac{adj}{hyp}$

مثلثات

عنوان	فرمول
اندازه یک زاویه برحسب رادیان	$\frac{\text{طول کمان روبه‌روی زاویه}}{\text{اندازه شعاع دایره}}$
رابطه بین درجه و رادیان	یک درجه = $\frac{\pi}{180}$ رادیان
نسبت‌های مثلثاتی زوایای قرینه	$\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$ $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ $\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$ $\cot(-\theta) = -\cot(\theta)$
نسبت‌های مثلثاتی زوایای مکمل	$\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$ $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$ $\tan(\pi - \theta) = -\tan(\theta)$ $\cot(\pi - \theta) = -\cot(\theta)$
نسبت‌های مثلثاتی دو زاویه با اختلاف π رادیان	$\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$ $\cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta)$ $\tan(\pi + \theta) = \tan(\theta)$ $\cot(\pi + \theta) = \cot(\theta)$
نسبت‌های مثلثاتی زوایای متمم	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos(\theta)$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin(\theta)$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot(\theta)$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan(\theta)$
نسبت‌های مثلثاتی دو زاویه با اختلاف $\frac{\pi}{2}$ رادیان	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos(\theta)$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin(\theta)$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot(\theta)$ $\cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\tan(\theta)$
نسبت‌های مثلثاتی زوایا با مجموع $2k\pi$ رادیان (مضرب‌های زوج π رادیان)	$\sin(2k\pi - \theta) = -\sin(\theta)$ $\cos(2k\pi - \theta) = \cos(\theta)$ $\tan(2k\pi - \theta) = -\tan(\theta)$ $\cot(2k\pi - \theta) = -\cot(\theta)$
نسبت‌های مثلثاتی زوایا با اختلاف $2k\pi$ رادیان	$\sin(2k\pi + \theta) = \sin(\theta)$ $\cos(2k\pi + \theta) = \cos(\theta)$ $\tan(2k\pi + \theta) = \tan(\theta)$ $\cot(2k\pi + \theta) = \cot(\theta)$

لگاریتم

قوانین لگاریتم‌ها
$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$ a و b اعداد حقیقی مثبت و $c \neq 1$
$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ a و b و c اعداد حقیقی مثبت و $c \neq 1$ و a
$a^{\log_a b} = b$ a و b اعداد حقیقی مثبت و $a \neq 1$
$\log_b a \times \log_a b = 1$

حد و پیوستگی

عنوان	فرمول
حد مجموع	$\lim\limits_{x\to a}\big(f(x)+g(x)\big) = \lim\limits_{x\to a} f(x) + \lim\limits_{x\to a} g(x)$
حد تفاضل	$\lim\limits_{x\to a}\big(f(x)-g(x)\big) = \lim\limits_{x\to a} f(x) - \lim\limits_{x\to a} g(x)$
حد حاصل‌ضرب	$\lim\limits_{x\to a}\big(f(x).g(x)\big) = \lim\limits_{x\to a} f(x) . \lim\limits_{x\to a} g(x)$ $\lim\limits_{x\to a}\big(cf(x)\big) = c\lim\limits_{x\to a} f(x)$ ، c عدد ثابت
حد تقسیم	$\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right) = \dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}, \quad \lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$
حد توان	$\lim\limits_{x\to a}\big(f(x)\big)^n = \left(\lim\limits_{x\to a} f(x)\right)^n, \quad n \in N$
حد ریشه	اگر $\lim\limits_{x\to c}(ax+b) = l > 0$ آنگاه: $\lim\limits_{x\to c}\sqrt{ax+b} = \sqrt{\lim\limits_{x\to c} ax+b}$
پیوستگی راست در نقطه $x = c$	$\lim\limits_{x\to c^+} f(x) = f(c)$
پیوستگی چپ در نقطه $x = c$	$\lim\limits_{x\to c^-} f(x) = f(c)$
پیوستگی در نقطه $x = c$	$\lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c)$

تمام قوانینی که درمورد حد و پیوستگی ذکر شد، برای حد راست و چپ تابع نیز برقرار است.

آمار و احتمال

عنوان	فرمول
احتمال A به شرط B	$P(A\|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$
مستقل بودن پیشامد A از B	$P(A\cap B)=P(A).P(B)$
واریانس	میانگین مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین آن‌ها $\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{X})^2+\cdots+(x_N-\bar{X})^2}{N}$
انحراف معیار	$\sigma=\sqrt{\frac{(x_1-\bar{X})^2+\cdots+(x_N-\bar{X})^2}{N}}$
ضریب تغییرات	نسبت انحراف معیار به میانگین $cv=\frac{\sigma}{\bar{X}}$

فرمول های ریاضی دوازدهم تجربی

در این بخش می‌خواهیم فرمول های ریاضی امتحان نهایی دوازدهم تجربی را با هم مرور کنیم. این فرمول‌ها ازجمله مهم‌ترین فرمول های ریاضی کنکور تجربی نیز به شمار می‌روند.

توابع صعودی و نزولی

عنوان	تعریف
تابع صعودی	برای دو نقطه x_1 و x_2 که $x_1<x_2$ است داریم: $f(x_1)\le f(x_2)$
تابع نزولی	برای دو نقطه x_1 و x_2 که $x_1<x_2$ است داریم: $f(x_1)\ge f(x_2)$
تابع اکیدا صعودی	برای دو نقطه x_1 و x_2 که $x_1<x_2$ است داریم: $f(x_1)<f(x_2)$
تابع اکیدا نزولی	برای دو نقطه x_1 و x_2 که $x_1<x_2$ است داریم: $f(x_1)>f(x_2)$

توابع متناوب

تعریف	عنوان
$f(x \pm T) = f(x),\ \ x \pm T \in D_f$	تابع متناوب با دوره تناوب T
دارای دوره تناوب $\frac{۲\pi}{\lvert b\rvert}$ و مقدار مینیمم $-\lvert a\rvert + c$ و ماکزیمم $\lvert a\rvert + c$	$y = a\sin bx + c$ $y = a\cos bx + c$

معادلات مثلثاتی

معادلات مثلثاتی
$\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$
$\cos ۲\alpha = \cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha$
$\cos ۲\alpha = ۱ - ۲\sin^۲\alpha$
$\cos ۲\alpha = ۲\cos^۲\alpha - ۱$

جواب معادلات مثلثاتی

جواب	معادله
$x = ۲k\pi + \alpha$ $x = (۲k + ۱)\pi - \alpha$ $k\epsilon Z$	$\sin x = \sin\alpha$
$x = ۲k\pi \pm \alpha, \qquad k\epsilon Z$	$\cos x = \cos\alpha$

قضیه های حد بی نهایت

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = L \neq ۰, \qquad \lim\limits_{x\to a} g(x) = ۰$
اگر $L > ۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$
اگر $L > ۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$
اگر $L < ۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a مثبت باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$
اگر $L < ۰$ و تابع $g(x)$ در همسایگی محذوفی از a منفی باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$

قضیه های حد در بی نهایت

قضایا	توضیح
قضیه ۱	اگر n عددی طبیعی باشد آنگاه داریم: $$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^n}=0,\qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^n}=0$$
قضیه ۲	اگر $\lim_{x\to+\infty} f(x)=l$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=m$ باشد داریم: $$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)\pm g(x)\right)=\lim_{x\to+\infty} f(x)\pm\lim_{x\to+\infty} g(x)=l\pm m$$ $$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)g(x)\right)=\lim_{x\to+\infty} f(x)\,.\lim_{x\to+\infty} g(x)=l.m$$ $$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=\frac{\lim_{x\to+\infty} f(x)}{\lim_{x\to+\infty} g(x)}=\frac{l}{m},\qquad m\neq 0$$
قضیه ۳	اگر n عددی طبیعی و a یک عدد حقیقی غیرصفر باشد، آنگاه: $$\lim_{x\to+\infty}(ax^n+bx^{n-1}+\cdots+k)=\lim_{x\to+\infty} ax^n$$

مشتق پذیری و پیوستگی

عنوان	فرمول
شیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه A(a, f(a)) یا مشتق تابع f در نقطه a	$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$
مشتق راست تابع f	$$f'_+(a)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$ یا $$f'_+(a)=\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$
مشتق چپ تابع f	$$f'_-(a)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$ یا $$f'_-(a)=\lim_{x\to a^-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

مشتق توابع

تابع	فرمول مشتق
$f(x) = c$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
$f(x) = \sqrt{x}$ $x > 0$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = \sqrt{ax+b}$ $ax + b > 0$	$f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$
$f \pm g$	$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$
kf $k \epsilon R$	$(kf)'(x) = kf'(x)$
fg	$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{\left(g(x)\right)^2}, \qquad g(x) \neq 0$
$fog(x)$	$(fog)'(x) = g'(x)f'\left(g(x)\right)$

شرط مشتق‌پذیری توابع بالا مشتق‌پذیری توابع f و g است.

آهنگ تغییر

عنوان	فرمول
آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[a, a+h]$	$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$
آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در نقطه $x = a$	$f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

معادله دایره

عنوان	فرمول
معادله دایره‌ای به مرکز (α, β) و شعاع r	$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$
نقاط داخل دایره	$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 < r^2$
نقاط خارج دایره	$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 > r^2$
معادله گسترده دایره	$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ مرکز دایره: $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$ شعاع دایره: $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$

مجموعه مدارس سلام

www.salamsch.org

پرکاربردترین فرمول‌های ریاضی از پایه تا پیشرفته

«گردآوری و تدوین: گروه آموزشی مجموعه مدارس سلام»